ELEMENTI

DI

MATEMATICA.

ELEMENTI
DI
MATEMATICA

Composti per uso della

REALE ACCADEMIA MILITARE

DAL PROFESSORE DI FISICA SPERIMENTALE, E CHIMICA, E DIRETTORE DELLE SCIENZE DELLA MEDESIMA

VITO CARAVELLI.

TOMO I.

IN NAPOLI MDCCLXX.

PER GLI RAIMONDI

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

ELEMENTI

DI

ARITMETICA.

AL SERENISSIMO E CLEMENTISSIMO

FERDINANDO IV.

RE DI NAPOLI, DI SICILIA, E DI GERUSALEMME, INFANTE DI SPAGNA cc. cc.

MI ha la M. V. per un puro effetto di sovrana Regia clemenza onora-

* 4 to

to della carica di Profesſore di Fiſica ſperimentale, e Chimica , e di Direttore altresì delle Scienze della Reale Accademia militare; e mi ha nel tempo ſteſſo ordinato di andare pubblicando di mano in mano colle ſtampe tutt' i Trattati, che vi ſi dovranno inſegnare , per iſtruirſi con eſſi nelle Scienze, neceſſarie alla ben regolata milizia, tutt'i giovani arrolati ſotto le Voſtre Reali Inſegne . Io , SIGNORE , me ne ſono accinto già all' impreſa , incoraggiato più dal Regio Voſtro comando , che dal-

dalle mie forze ; e ne ho per ora appreſtati i primi Trattati nel miglior modo, che ho ſaputo, dando loro quell' eſtenſione , che ho creduto conveniente al fine , pel quale ſono deſtinati. Rimane ſolo, perchè ſieno pubblicati, che V. M. , a cui io devotamente li conſacro , ſi degni di riceverli qual vero tributo d' un ſuo umiliſſimo ſervidore , e vaſſallo , e come un atteſtato di mia pronta ubbidienza ; e che ſi degni in oltre di permettere che tali mie , qualſiſieno fatiche , portino in fronte, come io nell'

ani-

animo, il fregio e l' ornamento del Vostro Reale Nome; affinchè Nome sì luminoso possa alle oscure loro tenebre conciliare grazia, e splendore, e possa ben anche animare e in me maggiormente il zelo di proseguire l'incominciato lavoro, e nella gioventù, che dovrà farne uso, l'ardore sempre più di rendersi attissima al Vostro Reale servizio. Conosco pur troppo che quest' omaggio non corrisponde per niente all' Augusta Grandezza Vostra; ma conosco però che'l grande comprende il molto, e'l poco. Non

lo

lo ſdegnate dunque , SIGNORE ; poichè, ſebben tenuiſſimo , è tutto ciò , che un oſſequioſo vaſſallo può offerirvi . Eſſo, quando non altro, avrà la qualità del farſi paleſe al mondo per mezzo d' un' Opera, di cui tutte le pagine ſaranno alla verità conſecrate, e che conſerverà ſempre viva la memoria d' un' Accademia, ſaggiamente ſtabilita dall' Invittiſſimo e Glorioſiſſimo Voſtro PADRE, e da Voi ridotta oggi al compiuto, e giuſto ſuo eſſere, dopo che fino a queſti ultimi giorni vi ſiete preſa la Paterna ſollecita cura di fon-

dare ne' Vostri Stati tante Accademie, e tante Scuole a pubblico benefizio, che devono essere altrettanti monumenti di Vostra eterna gloria. Vivete intanto lietamente felice; a nostro pro per lunghissima serie di anni regnate; ed io, che ve l' auguro col più intimo del cuore, sono con profondissimo inchino

Di V. M.

Napoli 25 Giugno 1770.

Umilliss., e Ubbidientiss. Vassallo
Vito Caravelli.

A' DISCRETI LETTORI

GLi Elementi delle Scienze Matematiche, ch' io per supremo comando vado ora pubblicando pel mezzo delle stampe per uso della Reale *Accademia militare, sono gli Elementi dell' Aritmetica, della Geometria Piana, e Solida, dell' Algebra, de' Logaritmi, della Trigonometria piana, delle Sezioni coniche, della Geometria pratica, della Dinamica, della Statica, dell' Idrostatica, e dell' Idraulica.*

Ancorchè saranno sì fatti Elementi accomodati all'uso, che di essi dovrà farsene, e al tempo, che vi sarà per insegnarli nella detta Accademia; e non comprenderanno, se non quanto sarà necessario a un Uffiziale, per potere intendere i veri fondamenti dell' Artiglieria, e della Fortificazione: ad ogni modo non sarà trascurato in essi nè il rigore geometrico, nè ciò, che fa il sostanziale in ciascuna delle suddette Scienze; e si vedranno di più le teoriche ridotte a principj semplici e generali, e le dottrine condensate, per così dire, e ristrette, senza togliere loro punto la necessaria chiarezza.

In

In questo tomo escono alla luce gli Elementi dell'Aritmetica; in quelli, che 'l dovranno seguire, si daranno gli Elementi delle altre suddette Scienze coll'ordine istesso, che nella detta Accademia saranno insegnate.

Non ho annoverato tra gli altri gli Elementi dell' Artiglieria, e della Fortificazione, che pure s'insegneranno nell' istessa detta Accademia, perchè si detteranno alla gioventù, senza pubblicarli colle stampe.

Mi lusingo che'l pubblico, come ha gradito le altre mie fatiche, così voglia gradire anche queste, le quali, se condurranno i giovani militari alla conoscenza dell'Artiglieria, della Fortificazione, e di quanto appartiene alla Scienza militare, che dalle Matematiche deriva, potranno anche essere di scorta a tutti coloro, che amano d' inoltrarsi nelle Scienze Matematiche istesse. Vivete felici.

In-

INDICE

De' Capi contenuti in questo Tomo.

ELEMENTI DI MATEMATICA

NOZIONI PRELIMINARI.

I.

SI dice *Grandezza*, o *Quantità* ogni cosa, che può ricevere accrescimento, e diminuzione; ogni cosa, ch'è divisibile in parti, e si può intendere da parti composta; ogni cosa, che per rispetto d'un' altra della medesima spezie può essere maggiore, o minore. Tali sono le lunghezze, le superficie, i corpi, i mo-

ti, i tempi, le velocità, le forze, ec.

II.

Conſiderando attentamente le grandezze, ſi conoſce niuna eſſervene, per piccola ch' ella ſia, di cui non ſe ne poſſa la mente immaginare un' altra più piccola. Dunque non v' è grandezza, che la mente non poſſa intendere diviſibile, e ſuddiviſibile in parti minori, e minori, ſenza trovare giammai limite alla diviſione; vale a dire diviſibile, e ſuddiviſibile all' infinito.

III.

Potendoſi dalla mente conſiderare ogni grandezza diviſibile, e ſuddiviſibile all' infinito: ſi può anche con più facilità conſiderare ogni grandezza, come diviſa in un determinato numero di parti uguali. Sicchè tutte le grandezze ſi poſſono conſiderare e come diviſibili, e ſuddiviſibili all' infinito, e come diviſe in un determinato numero di parti uguali; vale a dire e come diviſibili, e ſuddiviſibili in parti, che non ſi poſſono nè aſſignare, nè numerare, e come diviſe in parti da poterle e aſſignare, e numerare.

IV.

Quindi è, che le grandezze ſi ſono diſtin-
te

te in discrete, e continue. Si dice *Grandezza discreta* ogni grandezza, ch' è realmente divisa, o che si considera come divisa in un determinato numero di parti uguali. Si dice poi *Grandezza continua* ogni grandezza, che si considera come suscettibile solamente di divisioni, e suddivisioni all' infinito. Onde numerabili sono solamente le grandezze, considerate come discrete.

V.

Si possono in oltre considerare le grandezze o come sole, e indipendenti dagl' individui sì reali, che astratti, a' quali appartengono, o negl' istessi individui e reali, e astratti, a' quali spettano, o negli effetti dipendenti da cagioni vere, o supposte. Premesse tali cose, procediamo ora a vedere quali, e quante sono le principali scienze matematiche.

VI.

Si dicono *Scienze Matematiche* tutte quelle, che trattano di grandezze.

Si divide la Matematica in *Pura*, e *Mista*.

1. Si dicono *Scienze della Matematica pura* quelle, che trattano delle grandezze, considerate come sole, e indipendenti dagl' individui sì reali, che astratti, a' quali appartengono.

2. Si chiamano poi *scienze della Matematica mista*, o *scienze Fisico-matematiche* quelle, che s' occupano circa le grandezze considerate negl' individui e reali, e astratti, e negli effetti istessi, che dipendono da cagioni vere, o supposte.

VII.

Alla Matematica pura si riducono l'*Aritmetica*, e la *Geometria*.

1. L' *Aritmetica* ha per oggetto le grandezze astratte, considerate come discrete.

2. La *Geometria* ha per oggetto le grandezze astratte, considerate come continue.

VIII.

Si divide l' Aritmetica in *Aritmetica speciale*, che si dice semplicemente *Aritmetica*, e in *Aritmetica universale*, o sia *Algebra*.

1. L' *Aritmetica speciale* dà le regole di calcolare con caratteri speziali le grandezze astratte, considerate come discrete.

2. L' *Aritmetica universale*, o sia *Algebra* dà le regole di calcolare le medesime grandezze con caratteri universalissimi.

IX.

La *Geometria* si divide in *Geometria elementare*, e in *Geometria trascendentale*, o sia *Geometria sublime*.

1. La

1. La *Geometria elementare* confidera le proprietà della linea sì retta, che circolare, delle figure piane, terminate da dette linee, e delle figure folide, racchiufe da fuperficie, che col moto delle medefime dette linee fi poffono intendere defcritte.

2. La *Geometria fublime* confidera le proprietà di tutte le linee curve, delle fuperficie racchiufe da effe, e de' folidi terminati da fuperficie, che col moto delle medefime curve fi poffono intendere defcritte.

X.

Alla *Matematica mifta* fi riducono le fcienze feguenti.

1. La *Meccanica*, ch' efamina la quantità ne' corpi confiderati in moto, o tendenti al moto.

2. L' *Ottica*, che confidera la quantità nella luce.

3. L' *Aftronomia*, che confidera la quantità ne' moti de' corpi celefti.

4. L' *Acuftica*, che confidera la quantità nel fuono.

5. La *Pneumatica*, che confidera la quantità nell' aria.

6. L' *Arte di congetturare*, che confidera la quantità nelle probabilità degli eventi poffibili.

In quali altre fcienze le già riferite fi fuddividono; e quali fono quelle, che da

alcune di esse derivano, come rami da loro tronchi, si dirà dove l'esigerà il bisogno.

XI.

E' d' avvenire intanto che i Matematici in tutte le scienze, che trattano, danno loro un' ordine esattissimo. E perciò mettono prima le definizioni; poscia gli assiomi necessarj, e i postulati, se bisognano; appresso i teoremi, problemi, e lemmi; e finalmente i corollarj, ove si puole, e gli avvertimenti, ove il bisogno il richiede.

1. *Definizione* si dice una proposizione, che dà un' idea distinta della cosa, che con qualche vocabolo si vuole spiegare.

2. *Assioma* si chiama ogni proposizione, che racciude una verità, che s' intende senza dimostrazione.

3. *Postulato* si dice ogni proposizione, che disegna di fare un' operazione, la quale, perchè facilmente s' intende come eseguir si debba, si cerca di poterla fare, senza bisogno di dimostrare d'essersi poi fatto ciò, che s' era proposto di fare.

4. *Teorema* si dice una proposizione, che racchiude una verità, la quale non si può intendere senza dimostrazione.

5. *Problema* si chiama una proposizione, che disegna di fare alcuna operazione, la quale senza qualche ragionamento non si può eseguire, ed, eseguita, non si può senza dimo-

moſtrazione intendere d'eſſerſi fatto ciò, che s'era propoſto di fare.

6. *Lemma* ſi dice una propoſizione, che ſi premette a un teorema, o a un problema, per rendere facile la dimoſtrazione del teorema, o la ſoluzione del problema.

7. *Corollario* diceſi una propoſizione, che ſi ricava da un'altra antecedente già ſtabilita, come legittima conſeguenza.

8. Gli *Avvertimenti* finalmente, che ſi ſogliono mettere appreſſo definizioni, aſſiomi, teoremi, problemi, e corollarj, contengono talvolta il riſchiaramento di qualche coſa, talvota riſpoſte a qualche difficoltà, talvolta l'uſo della dottrina, di cui ſi tratta, talvolta l'iſtoria, o l'origine di qualche invenzione; e talvolta contengono coſe, che hanno conneſſione con ciò, che ſi tratta, purchè non ſieno nè inutili a ſaperſi, nè appartenenti ad altre ſcienze.

ELEMENTI

DI

ARITMETICA.

DEFINIZIONI.

DEFINIZIONE I.

1. L'*Aritmetica* è una ſcienza, che dà le regole di calcolare con caratteri ſpeciali tutte le grandezze aſtratte, conſiderate come diſcrete.

DEFINIZIONE II.

2. I caratteri ſpeciali, di cui ſi fa uſo in Aritmetica, ſono i ſeguenti: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, li quali s'eſprimono del modo, che ſegue.

0	. . . zero	5	. . . cinque
1	. . . uno	6	. . . ſei
2	. . . due	7	. . . ſette
3	. . . tre	8	. . . otto
4	. . . quattro	9	. . . nove.

DE-

DEFINIZIONE III.

3. Per *unità* s' intende la denominazione, che si dà a checchessia, considerata indivisa in se stessa, e divisa, o separata da qualunque altra. Tali sono un uomo, un libro, un ducato, una canna, un miglio, ec..

DEFINIZIONE IV.

4. *Numero* si dice l'unione di più unità.

DEFINIZIONE V.

5. Le unità, che non oltrepassano le nove, si dicono *numeri semplici*; e quelle, che oltrepassano le nove, si dicono *numeri composti*.

AVVERTIMENTO I.

6. Cogli medesimi caratteri 1, 2, 3, 4, 5, *6*, 7, 8, *9*, co' quali gli Aritmetici contrassegnano i numeri semplici, contrassegnano anche con mirabile artifizio tutt' i numeri composti. Però, per la contrassegnazione de' numeri composti, i detti caratteri vengono insieme combinati, e viene loro attribuito un' altro valore, che, procedendo da destra a sinistra, cresce da carattere a carattere per decine; cioè, procedendo da destra a sinistra, contrassegnano col carattere

I. Uni-

I. Unità,

II. Decine,

III. Decine di decine, o *centinaja*,

IV. Decine di centinaja, o *migliaja*,

V. Decine di migliaja,

VI. Decine di decine di migliaja, o centinaja di migliaja,

VII. Decine di centinaja di migliaja, o *milioni*,

VIII. Decine di milioni,

IX. Decine di decine di milioni, o centinaja di milioni,

X. Decine di centinaja di milioni, o migliaja di milioni,

XI. Decine di migliaja di milioni,

XII. Decine di decine di migliaja di milioni, o centinaja di migliaja di milioni,

XIII. Decine di centinaja di migliaja di milioni, o *bilioni*,

XIV. Decine di bilioni,

XV. Decine di decine di bilioni, o centinaja di bilioni,

XVI. Decine di centinaja di bilioni, o migliaja di bilioni,

XVII. Decine di migliaja di bilioni,

XVIII. Decine di decine di migliaja di bilioni, o centinaja di migliaja di bilioni,

XIX. Decine di centinaja di migliaja di bilioni, o *trilioni*,

XX. Decine di trilioni,

XXI. Decine di decine di trilioni, o centinaja di trilioni, ec.,

CO-

COROLLARIO I.

7. Quindi nel numero composto 4386582736 contrassegnano il carattere
1°. . . . sei unità,
2°. . . . tre decine,
3°. . . . sette centinaja,
4°. . . . due migliaja,
5°. . . . otto decine di migliaja,
6°. . . . cinque centinaja di migliaja,
7°. . . . sei milioni,
8°. . . . otto decine di milioni,
9°. . . . tre centinaja di milioni,
10°. . . . quattro migliaja di milioni.
Per la qual cosa il numero 4386582736 si profferisce dicendo: *quattro mila, trecento ottantasei milioni, cinquecento ottantadue mila, settecento trentasei*.

COROLLARIO II.

8. Adunque se, procedendo da destra a sinistra, si divideranno tutt' i caratteri di qualunque numero composto a tre a tre; il primo d'ogni ternario denoterà unità, il secondo decine, e'l terzo centinaja: però denoteranno unità, decine, e centinaja semplici quelli del primo ternario, di migliaja quelli del secondo, di milioni quelli del terzo, di migliaja di milioni quelli del quarto, di bilioni quelli del quinto; e così procedendo innanzi.

CO-

COROLLARIO III.

9. Onde ſe, diviſo il numero in ternarj, con intramettere tra eſſi delle virgole, ſi noteranno ſu i primi loro caratteri ſucceſſivamente 0, 1, 2, 3, 4, ec., procedendo da deſtra a ſiniſtra; e ciò ſi farà con un ternario sì, e con uno no: contraſſegneranno riſpettivamente 0, 1, 2, 3, 4, ec. i ternarj delle unità ſemplici, de' milioni, de' bilioni, de' trilioni, de' quadrilioni, ec.; e i ternarj, non notati con sì fatti caratteri, ſaranno riſpettivamente i ternarj delle migliaja ſemplici, delle migliaja di milioni, delle migliaja di bilioni, delle migliaja di trilioni, ec..

COROLLARIO IV.

10. Per la qual coſa ſe, poſte in un numero compoſto le dette diſtinzioni, s'anderanno ſucceſſivamente eſprimendo i valori di tutt'i ternarj, per quanto valeranno da ſe ſoli, procedendo da ſiniſtra a deſtra, con aggiugnervi *mila*, ove s'incontrerà la ſola virgola, e *trilioni*, *bilioni*, *milioni*, ove i ternarj ſaranno notati co' caratteri 3, 2, 1; s'eſprimerà in sì fatto modo il valore dell' intero numero. Così il valore del numero, qui ſotto notato, s'eſprime dicendo

$$\overset{4}{2}5,887,\overset{3}{4}26,930,\overset{2}{7}59,000,\overset{1}{4}[illegible]2,576,\overset{0}{3}28,465$$

ven-

venticinque mila , ottocento ottantasette quadrilioni , quattrocento ventisei mila , novecento trenta trilioni , settecento cinquantanove mila bilioni , e quattrocento trentadue mila , cinquecento settantasei milioni , trecento ventotto mila , quattrocento sessantacinque.

AVVERTIMENTO II.

11. Si noti che lo scrivere un numero, che viene profferito, non riesce punto difficile, qualora s'è conosciuto il valore, che ha ogni carattere da se solo, e 'l valore, che acquista per ragione di luogo. Basta intanto avvertire che, se mancano o le unità, o le decine, o le centinaja, ec., deesi ne' rispettivi luoghi adoperare il zero, destinato a significar nulla, e a denotare conseguentemente sì fatte mancanze. Così il numero *tremila quattrocento e sette* si scrive a questo modo: 3407, mettendovi il zero nel luogo delle decine, che mancano. Similmente il numero *tre milioni, e diciassette mila ottocento venti* si scrive così: 3017820, mettendovi un zero nel luogo delle unità, e un'altro in quello delle centinaja di migliaja, mancandovi sì le une, che le altre.

DEFINIZIONE VI.

12. Due, o più numeri si dicono tra loro

loro *omogenei*, se si riferiscono all'istessa unità, o a unità tali, che la minore di esse, presa alcuni determinati numeri di volte, forma esattamente le altre; si dicono poi *eterogenei*, se si rapportano a unità di diverso genere; cioè a unità tali, che, per quante volte una di un genere si prenda, non giunga a formare giammai un' unità dell' altro.

COROLLARIO.

13. Quindi *6* miglia, e 4 miglia sono numeri omogenei; perchè l' unità d' ambidue è la lunghezza del miglio. Numeri omogenei sono pure 17 canne, e 3 palmi; perchè l'unità del 3, presa otto volte, forma l'unità del 17. Però *6* miglia, e 4 ore sono eterogenei; poichè l' unità del 4, per quante volte si prenda, non può mai formare l' unità del *6* in questo caso.

DEFINIZIONE VII.

14. Si dice *numero intero* ogni numero composto da più unità. Così il 7 è intero; perchè con esso si possono contrassegnare sette uomini, sette ducati, sette miglia, ec. Quali sieno i numeri rotti, si dirà a suo luogo.

DE-

DEFINIZIONE VIII.

15. L' *Addizione* è un' operazione, per cui, dati più numeri omogenei, se ne ritrova un'altro uguale a tutt' insieme. Il numero, che si trova, si dice *somma*.

DEFINIZIONE IX.

16. La *Sottrazione* è un' operazione, per cui, dati due numeri omogenei disuguali, con togliere il minore dal maggiore, si trova di quanto l' uno eccede l' altro. L' eccesso, che si trova, si chiama *residuo*.

DEFINIZIONE X.

17. La *Moltiplicazione* è un' operazione, per cui, dati due numeri, se ne trova un' altro, che sia uguale a uno de' dati, preso tante volte, quante volte l' addita l' altro. Si dicono *fattori* i numeri, che si moltiplicano, e *prodotto* quello, che si trova.

DEFINIZIONE XI.

18. La *divisione* è un' operazione, per cui, dati due numeri, trovando quante volte l' uno contiene l' altro, si viene ad avere una parte dell' uno, denominata dall' altro. Si dicono *dividendo* il numero, che si divide.

de, *divisore* quello, per cui si fa la divisione; e *quoziente* la parte, che si viene ad avere del dividendo, denominata dal divisore.

AVVERTIMENTO.

19. Queste quattro, e non altre, cioè l'addizione, la sottrazione, la moltiplicazione, e la divisione sono le principali operazioni, che su numeri far si possono. E perchè si possono eseguire e su gl' interi, e su i rotti: insegneremo prima i modi di farle su gl' interi; e poscia esporremo i modi di farle su i rotti.

POSTULATI.

POSTULATO I.

20. *Sommare più numeri semplici, che si riferiscono alla medesima unità.*

Una sì fatta operazione si fa unendo insieme tutte le unità de' numeri, che sommar si debbono. Così 12 è la somma di 3, 4, 5. Similmente 17 è la somma di 2, 4, 5, 6.

PO-

POSTULATO II.

21. *Sottrarre un numero semplice da un' altro, che si rapporti alla medesima unità, e che li sia maggiore.*

Questa operazione si fa con togliere tante unità dal numero maggiore, quante ne contiene il minore, e notarne l' avanzo. Così dal *9* sottrattone il 5, il residuo è 4. Similmente dal 15 sottrattone l' 8, il residuo è 7.

POSTULATO III.

22. *Moltiplicare insieme due numeri semplici.*

Una sì fatta operazione si fa prendendo uno de' fattori tante volte, quante unità sono nell' altro. Così se si vuole moltiplicare il *6* per 4; prendendo il *6* quattro volte, o, ciò che torna all' istesso, il 4 sei volte, si ha sempre il prodotto 24. Similmente se si vuole moltiplicare il *9* per 7; prendendo il *9* sette volte, o il 7 nove volte, si ha sempre il prodotto *63*.

AVVERTIMENTO.

23. Si noti che, per poter fare sì fatte operazioni con ispeditezza, giova mandarsi a memoria, che l' unità presa 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 volte fa 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; che il 2 preso successivamente le istesse volte fa 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18; che il 3 preso pure le istesse volte successivamente fa 3, 6, 9, 12, 15, 18 21, 24, 27; e così procedendo per tutti i numeri semplici. Però infinattantochè non s' avranno sì fatti prodotti a memoria, gioverà assai collocare le suddette serie de' prodotti con ordine in cellette distinte, e collocarle l' una sotto l' altra, come nella seguente Tavola fatto si vede. Poichè coll' ajuto di sì fatta tavola, detta *Pitagorica*, si potrà con facilità avere, quando si vorrà, il prodotto di due numeri semplici. E in fatti, se uno de' fattori si prenderà nella prima serie orizzontale AD, e l' altro nella prima serie verticale AB; scendendo giù da quello per la serie verticale, che da lui procede, e scorrendo nella serie orizzontale, che procede dall' altro, s'avrà, ove s' incontrano sì fatte serie, il prodotto cercato. Così il 42, prodotto del 7 moltiplicato pel 6, si ha, ove s' incontra la serie verticale, procedente dal 7 della prima orizzontale AD, colla serie orizzontale,

pro-

procedente dal *6* della prima verticale AB. Similmente il 56, prodotto dell' 8 moltiplicato pel 7, si ha, ove s' incontra la serie verticale, procedente dall' 8 della prima orizzontale AD, colla serie orizzontale, procedente dal 7 della prima verticale AB.

A D

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

B C

POSTULATO IV.

24. *Dividere per un numero semplice un' altro numero, che non sia misurato da quello più di nove volte.*

Sì fatta operazione s' esegue, prendendo per quoziente quel numero, per cui moltiplicato il divisore, si ha il dividendo. Imperocchè tante volte il divisore dee misurare il dividendo, quante volte si dee quello prendere, per avere questo. O pure s' ese-

gue ſcendendo prima giù per la ſerie verticale, procedente dal diviſore preſo nella prima orizzontale della Tavola *Pitagorica*, finchè s' incontra il dividendo, e poſcia da queſto procedendo nella ſerie orizzontale, finchè ſi pervenga alla prima verticale: che il numero, che quivi s' incontra, è il quoziente cercato. Così il quoziente di 21 diviſo per 3 è il 7; perchè il 3, ſette volte preſo, fa 21; o perchè il 21 nella ſerie verticale, procedente dal 3, è nella ſerie orizzontale, che procede dal 7 della prima verticale.

AVVERTIMENTO.

25. Se accade che qualche diviſione non poſſa eſeguirſi con eſattezza; il quoziente allora è quel numero, per cui moltiplicato il diviſore ſi ha un prodotto, che manca dal dividendo d' un numero minore del diviſore; e un sì fatto avanzo ſi dice il *reſiduo* della diviſione. Così ſe ſi dovrà dividere il 25 per 7; perchè il 7, preſo tre volte, fa 21, che manca dal 25 di 4; ſarà 3 il quoziente, e l' avanzo 4 il reſiduo della diviſione.

ASSIOMI.

ASSIOMA I.

26. Ogni grandezza è uguale a tutte le sue parti insieme prese.

ASSIOMA II.

27. Se da grandezze uguali si tolgono parti uguali, le grandezze restanti sono anche uguali.

CAP. I.

Del calcolo de' numeri interi.

PROBL. I.

28. *Dati più interi, che si rapportano alla medesima unità, sommarli insieme.*

Soluzione.

1. Si ordinino i numeri dati, scrivendoli

in modo l'uno ſotto dell' altro, che ſieno corriſpondenti le unità alle unità, le decine alle decine, le centinaja alle centinaja, ec.; e ſotto tali numeri ordinati ſi tiri una linea.

2. Si ſommino ſeparatamente, e ſucceſſivamente le unità della prima, ſeconda, terza, quarta, ec. ſerie verticale, procedendo da deſtra a ſiniſtra; e le ſomme, che ſucceſſivamente ſi hanno, ſucceſſivamente ſi notino ſotto la linea in corriſpondenza delle ſerie ſommate, ſe non eccedono il 9; e, ſe eccedono il 9, ſi notino i ſoli avanzi ſulle decine; e 'l numero delle decine s' aggiunga alla ſomma, che immediatamente ſegue.

Ciò, che naſce, è la ſomma cercata.

ESEMPIO I.

Sieno da ſommarſi 487538, 27538, 827504, 5781.

Si ordinino, come qui ſotto; e, operando del modo già detto, ſi trovi la ſomma cercata.

```
        487538
         27538
        827504
          5781
       -------
Somma  1348361.
```

SPIE-

SPIEGAZIONE.

I. *La somma di* 1, 4, 8, 8 *è* 21. *Si scriva dunque* 1 *sotto la linea, e le* 2 *decine si serbino per la somma seguente*. II. *La somma del* 8, 0, 3, 3 *col* 2, *per le due decine della somma precedente, è* 16. *Sicchè si scriva* 6 *sotto la linea, e la decina di tale somma si serbi per la somma seguente*. III. *La somma di* 7, 5, 5, 5 *con* 1, *per la decina della somma precedente, è* 23. *Si scriva dunque* 3 *sotto la linea, e le* 2 *decine di tale somma si serbino per la somma seguente*. IV. *La somma di* 5, 7, 7, 7 *col* 2, *per le due decine della somma precedente, è* 28. *Dunque si scriva* 8 *sotto la linea, e le due decine si serbino per la seguente somma*. V. *La somma di* 2, 2, 8 *col* 2, *per le due decine della somma precedente, è* 14. *Sicchè si scriva* 4 *sotto la linea, e la decina di tale somma si serbi per la somma seguente*. VI. *Finalmente la somma di* 8 *e* 4 *con* 1, *per la decina della somma precedente, è* 13. *Sicchè, non essendovi altra serie verticale da sommare, si scriva interamente il* 13 *sotto la linea; e sarà* 1348361 *la somma cercata*.

ESEMPIO II.

```
43546821468
39212608475
  152375837
    1217408
   13748275
       2147
-----------
Som.  82926773610.
```

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè, operando secondo la regola data, si ha un numero, che contiene la somma di tutte le unità, di tutte le decine, di tutte le centinaja, ec. de' numeri dati; cioè un numero uguale a tutte le parti de' numeri dati, prese insieme. Onde si ha un numero uguale a tutt' i dati, insieme presi (§ 26); e conseguentemente si ha la loro somma (§ 15). Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. II.

29. *Dati due numeri disuguali, che si riferiscono alla medesima unità, sottrarre il minore dal maggiore.*

So-

Soluzione.

1. Si fcriva il minore fotto il maggiore coll' ordine ifteffo, che fi fcrivono nell' addizione; e fotto di effi fi tiri una linea.

2. Dalle unità, decine, centinaja, ec. del numero fuperiore fi fottrangano fucceffivamente le unità, decine, centinaja, ec. dell' inferiore.

3. Se qualche carattere inferiore farà maggiore del fuo corrifpondente fuperiore; s'accrefca prima egli d'una decina, e pofcia fe ne faccia la fottrazione, notando fotto la linea il refiduo. Però in tale cafo fi dee appreffo confiderare o il carattere feguente fuperiore diminuito d'una unità, o il feguente inferiore d'una unità accrefciuto.

Ciò, che nafce, è il refiduo cercato.

Esempio I.

	58750234	
	3769425	fott.
Refiduo	54980809.	

Spiegazione.

I. *Il* 5 *non fi può togliere dal* 4; *onde fi tolga dal* 14; *e 'l refiduo* 9 *fi noti fotto la linea*. II. *Il* 2 *fi tolga dal* 3 *meno* 1, *o fia dal*

dal 2, *e'l residuo zero si noti sotto la linea*. III. *Il* 4 *non si può togliere dal* 2; *onde si tolga dal* 12, *e'l residuo* 8 *si scriva sotto la linea*. IV. *Il* 9 *non si può togliere dal zero meno* 1; *onde si tolga dal* 10 *meno* 1, *o sia dal* 9, *e'l residuo zero si noti sotto la linea*. V. *Il* 6 *non si può togliere dal* 5 *meno* 1; *onde si tolga dal* 15 *meno* 1, *o sia dal* 14, *e'l residuo* 8 *si noti sotto la linea*. VI. *Il* 7 *non si può togliere dal* 7 *meno* 1; *onde si tolga dal* 17 *meno* 1, *o sia dal* 16, *e'l residuo* 9 *si noti sotto la linea*. VII. *Il* 3 *si tolga dall'*8 *meno* 1, *o sia dal* 7, *e'l residuo* 4 *si scriva sotto la linea*. VIII. *Dal* 5 *non si deve togliere cosa alcuna; perciò sotto la linea si scriva il* 5. *Per la qual cosa il residuo cercato è* 54980809.

ESEMPIO II.

	104950001
	63987983
Residuo	40962018.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè, operando secondo la regola data, si ha un numero contenente tutti gli eccessi, co' quali le unità, decine, centinaja, ec. del maggiore avanzano le unità, decine, centinaja, ec. del minore, o co' qua-

quali tutte le parti dell'uno avanzano le rispettive parti dell' altro ; conseguentemente si ha un numero , che contiene l' eccesso , col quale il maggiore avanza il minore . Sicchè un sì fatto numero è il residuo cercato (§ 16) . Ch' è ciò , che bisognava dimostrare .

PROBL. III.

30. *Esaminare se nel sommare s' è sì , o no errato .*

SOLUZIONE.

1. Si separi con una linea la prima serie orizzontale de' numeri, che sommati si sono, da tutte le altre inferiori.

2. Delle serie inferiori alla linea tirata se ne trovi la somma , e si noti sotto la somma intera.

3. Si sottragga dalla somma intera l' altra somma trovata ; e si noti il residuo.

Dico che se sì fatto residuo non sarà punto diverso dalla prima serie orizzontale, separata colla detta linea , la somma intera avuta sarà esatta ; altrimenti si dovrà dubitare della sua esattezza.

ESEM-

ESEMPIO.

	432187
	255896
	13475
	47098
Somma I.	748656
Somma II.	316469
Residuo.	432187.

Essendo dunque il residuo l' istesso che la prima serie orizzontale de' numeri sommati, è segno che nel sommare non s'è errato.

DIMOSTRAZIONE.

Imperocchè nella somma prima sono unite tutte le serie orizzontali de' numeri da sommare, e nella seconda tutte le istesse serie, dalla prima in fuori. Dunque dalla prima somma sottraendone la seconda, si deve avere per residuo, se non s'è nel sommare commesso errore, la prima serie orizzontale. Onde dal confronto di cotal residuo colla prima serie orizzontale de' numeri, può sicuramente dedursi di non avere nel sommare errato. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare. PRO-

PROBL. IV.

31. *Esaminare se nel sottrarre s'è sì, o no errato.*

Soluzione.

Si sommi il residuo trovato col numero, che s'è sottratto. Se per somma si ha il numero, da cui s'è fatta la sottrazione, è segno che nella sottrazione non s'è errato; altrimenti si dubiterà d'avere commesso errore.

Esempio.

	58430214	
	36879458	sott.
Residuo.	21550756.	

Esame.

	21550756	
	36879458	agg.
Somma.	58430214.	

Sicchè la somma trovata non differisce punto dal numero, da cui s'è fatta la sottrazione; e perciò nella sottrazione non s'è errato.

DI-

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè, essendo il residuo l'eccesso del numero maggiore sul minore; aggiugnendo al minore il residuo, s'avrà, se non s'è errato nella sottrazione, il numero maggiore. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. V.

32. *Moltiplicare insieme due numeri interi.*

SOLUZIONE.

Si scriva un fattore sotto l'altro; e sotto di essi si tiri una linea. Due casi possono occorrere, o uno de' fattori è numero semplice, o ambidue sono numeri composti. Nel

CASO I.

Si moltiplichi pel fattore semplice ciascun carattere dell'altro, procedendo da destra a sinistra; e i prodotti, che successivamente si hanno, successivamente si notino sotto la linea, se non eccedono il 9; e, se eccedono il 9, si notino i soli eccessi sulle decine; e 'l numero delle decine s'aggiunga al prodotto, che immediatamente segue. Ciò, che si ha, è il prodotto cerçato. Nel

CA-

CASO II.

Si moltiplichi il fattore superiore prima pel carattere primo dell' altro fattore, e poscia successivamente pel secondo, terzo, quarto, ec. carattere: i prodotti particolari, che si hanno, si notino in modo l' uno sotto dell' altro, che sempre il prodotto superiore ecceda l' inferiore immediato d' un carattere a destra. La somma di tutti i prodotti particolari, del modo già detto ordinati, sarà l' intero prodotto cercato.

ESEMPIO I.

	45218
	5 molt.
Prodotto.	226090.

SPIEGAZIONE.

I. *Si moltiplichi l' 8 per 5; il prodotto è* 40. *Si scriva il zero sotto la linea, e le* 4 *decine si serbino pel prodotto seguente.* II. *Si moltiplichi l'* 1 *per* 5; *e 'l prodotto è* 5. *Si scriva sotto la linea il* 5, *aggiuntovi il* 4, *per le* 4 *decine del prodotto precedente.* III. *Si moltiplichi il* 2 *per* 5; *il prodotto è* 10. *Si scriva il zero sotto la linea, e la decina si serbi pel prodotto seguente.* IV. *Si moltiplichi il*

il 5 per 5; il prodotto è 25, che coll' aggiugnervi 1, *per la decina del prodotto antecedente, fa* 26. *Si scriva dunque* 6 *sotto la linea, e le* 2 *decine si serbino pel prodotto, che segue.* V. *Si moltiplichi il* 4 *per* 5; *il prodotto è* 20, *che coll' aggiugnervi* 2, *per le due decine del prodotto precedente, fa* 22. *Si scriva adunque* 22 *sotto la linea, non essendovi altro carattere da moltiplicare. Sarà il prodotto cercato* 226090.

ESEMPIO II.

```
                58739
                  586  mol.
             ---------
               352434
              469912
             293695
             ---------
Prodotto.    34421054.
             ---------
```

SPIEGAZIONE.

I. *Si moltiplichi il fattore superiore per* 6, *primo carattere dell' altro fattore; e 'l prodotto* 352434 *si scriva sotto la linea.* II. *Si moltiplichi l' istesso fattore superiore per* 8, *secondo carattere dell' altro fattore; e 'l prodotto* 469912 *si scriva sotto il primo in modo, che le unità, decine, centinaja, ec. del secondo prodotto corrispondano alle decine, centinaja, migliaja, ec. del prodotto primo.* III. *Si moltiplichi*

tiplichi pure il fattore superiore per 5, terzo carattere dell' altro fattore; e'l prodotto 293695 si scriva sott' il secondo dell' istesso modo, che il secondo s' è scritto sotto il primo. IV. *Si sommino tutt' i prodotti particolari trovati, secondo l' ordine, con cui scritti si sono; la somma 34421054 sarà il prodotto cercato.*

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè il primo prodotto, che si scrive sotto la linea, contiene ciascun carattere del fattore superiore, o ciascuna sua parte, ovvero l'intero fattore superiore tante volte preso, quante unità sono nel primo carattere dell' altro fattore. Similmente il secondo, il terzo, ec. prodotto contengono il fattore superiore tante volte preso, quante unità sono nel secondo, terzo, ec. carattere del fattore inferiore. In oltre, esprimendo le unità del carattere secondo decine, quelle del terzo centinaja, ec., i caratteri del secondo, terzo, quarto, ec. prodotto debbono avere un grado, due gradi, tre gradi, ec. più di valore locale de' rispettivi caratteri del prodotto primo. Onde le unità, decine, centinaja, ec. del prodotto secondo debbono corrispondere alle decine, centinaja, migliaja, ec. del prodotto primo; similmente le unità, decine, centinaja, ec. del prodotto terzo debbono corrispondere alle decine, centinaja, migliaja,

ec. del prodotto secondo; e così procedendo innanzi. Per la qual cosa la somma di tutt' i prodotti particolari, che si scrivono sotto la linea del modo già detto, contiene il fattore superiore tante volte preso, quante volte l'addita il numero delle unità, ch' esprimono tutt' i caratteri dell'altro fattore Sicchè sì fatta somma è il prodotto cercato (§ 17). Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

33. Non avendo il zero valore alcuno; ogni numero moltiplicato pel zero darà sempre per prodotto il zero. Quindi, se il fattore inferiore avrà uno, o più zeri, i prodotti, che si scriveranno sotto la linea, avranno una, o più serie orizzontali di zeri, le quali si possono tralasciare, notando solamente il primo zero d'ognuna di esse, per non errare nell'iscrivere gli altri prodotti, che seguono. Sia per esempio da moltiplicare 50407 per 8005. L'operazione s'eseguirà, come qui sotto:

```
      50407
       8005
   --------
     252035
         0
        0
   403256
-----------
Prodotto. 403508035.
```

CO-

COROLLARIO. II.

34. In oltre se uno de' fattori, o ambidue hanno de' zeri al principio, il loro prodotto si può avere con moltiplicare i fattori senza tali zeri; purchè s' aggiungano al prodotto, che si ha, tanti zeri a destra, quanti ne hanno a destra i fattori. Sia per esempio da moltiplicare 409000 per 30200; perchè il prodotto di 409 per 302 moltiplicato è 123518; sarà il prodotto di 409000 moltiplicato per 30200 il numero 12351800000.

PROBL. VI.

35. *Dividere un numero composto per un numero semplice.*

Soluzione.

1. Si metta il dividendo a destra, e 'l divisore a sinistra con qualche distanza tra di loro, acciò l'uno non si confonda coll'altro; e sott' il divisore si tiri una linea.

2. Si divida l' ultimo carattere del dividendo pel divisore, se questo non è maggiore di quello, o i due ultimi, se è maggiore; e 'l quoziente si noti sotto la linea del divisore.

3. Si moltiplichi il quoziente trovato

pel divisore; e'l prodotto, notato sott' il numero diviso, si sottragga dall'istesso numero, scrivendo il primo residuo sott'il primo prodotto.

4. Si noti un punto sott'il carattere, ch' è a destra del numero diviso, e un sì fatto carattere si scriva a destra del residuo primo.

5. Si divida il numero composto dal residuo primo, e dal carattere postoli a destra per l'istesso dato divisore; e 'l quoziente si noti a destra del primo.

6. Si moltiplichi il secondo quoziente trovato pel divisore; e'l prodotto secondo, notato sott' il numero diviso, si sottragga dall'istesso numero, scrivendo il residuo secondo sott' il prodotto secondo.

7. Similmente si proceda innanzi, finchè non vi rimanga carattere alcuno nel dividendo, che non sia diviso: avvertendo però di notare zero nel quoziente tutte le volte, che il divisore punto non misurerà il numero, che dovrà dividere; e avvertendo altresì che, se l'ultimo residuo non sarà zero, si tirerà allora a destra del quoziente una linea, e si metterà sopra di essa il residuo, e sott' il divisore. E così sarà eseguita la divisione.

ESEM-

ESEMPIO I.

Sia da dividersi 40635 *per* 7.

```
                    Dividendo  40635
                               35 ...
                               ——
                             = 56
                               56
                               ——
Divisore.   7                  0035
          ——————                 35
                                 ——
Quoziente.  5805                 00.
```

SPIEGAZIONE.

I. *Non potendosi pel* 7 *dividere il* 4, *si divida il* 40; *e 'l quoziente* 5 *si noti sotto la linea del divisore. Si moltiplichi poscia pel quoziente* 5 *il divisore* 7, *e 'l prodotto* 35 *si scriva sott' il* 40. *Finalmente dal* 40 *si sottragga il* 35, *e 'l residuo* 5 *si scriva sotto il* 35. II. *Si noti un punto sott' il* 6, *e si scriva il* 6 *a destra del residuo* 5. *Poscia si divida pel* 7 *il* 56; *e 'l quoziente* 8 *si metta a destra del quoziente* 5. *Si moltiplichi in oltre pel quoziente* 8 *il divisore* 7, *e 'l prodotto* 56 *si scriva sott' il* 56, *che s'è diviso; e, fattane la sottrazione, si noti sotto il prodotto* 56 *il residuo zero*. III. *Si noti pure un punto sotto il* 3, *e si scriva a destra del residuo zero il* 3. *E perchè il* 7 *niuna volta misura il* 3; *si scriva zero nel quoziente a destra dell'*

DIMOSTRAZIONE.

Facendo la divisione del modo insegnato, si ha un numero, che dinota quante volte il divisore si contiene nelle migliaja, centinaja, decine, e unità del dividendo, cioè in ciascuna sua parte; e conseguentemente un numero, che dinota quante volte il divisore si contiene in tutt'il dividendo. Sicchè sì fatto numero è il quoziente cercato (§ 18). Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. VII.

36. *Dividere un numero composto maggiore per un'altro minore anche composto.*

Soluzione.

1. Si dispongano il dividendo, e'l divisore, come nel probl. antecedente.

2. Si prendano nel dividendo tanti caratteri a sinistra, quanti ve ne sono nel divisore; purchè il numero, che ne risulta da quelli non sia minore di questo; altrimenti se ne prenda uno di più.

3. Per l'ultimo carattere del divisore si divida l'ultimo, o i due ultimi del dividendo, secondochè i caratteri presi nel dividendo sono quanti que' del divisore, o so-

ſono uno di più. Il quoziente , che naſce, ſi noti ſotto la linea del diviſore, ſe gli altri caratteri del diviſore miſurano i riſpettivi caratteri, preſi nel dividendo cogli riſpettivi reſidui, che l'appartengono, l'iſteſſo, o più numero di volte. Altrimenti il quoziente trovato ſi diminuiſca d' una, o più unità; finchè il numero delle volte, che gli altri caratteri del diviſore miſurano i riſpettivi caratteri del dividendo cogli reſidui, che l' appartengono, non ſia minore del quoziente diminuito,

4. Il quoziente a queſto modo determinato ſi moltiplichi pel diviſore, e'l prodotto ſi ſottragga dagli caratteri del dividendo già diviſi; notando il reſiduo primo ſott' il primo prodotto.

5. Si noti un punto ſott' il carattere, ch' è a deſtra degli altri prima preſi; e ſi ſcriva un sì fatto carattere a deſtra del reſiduo primo.

6. Si proſegua la diviſione, come s'è incominciata, oſſervando tutto ciò, che s' è detto doverſi oſſervare, quand' il diviſore è ſemplice; e così s' avrà il quoziente cercato.

ESEMPIO I.

Sia da dividersi 16098978 *per* 287.

Di-

		Dividendo 16098978
		1435 ....
		= 1748
		1722
Divisore	287	= 2697
		2583
Quoziente	56094	
		= 1148
		1148
		0000.

SPIEGAZIONE.

Essendo 160 *minore di* 287, *si divida* 1609 *per* 287. *E perchè il* 2 *misura* 8 *volte il* 16 *esattamente, ma l'*8 *non misura punto il zero; non può essere* 8 *il quoziente di tale divisione. Si prenda dunque per quoziente il* 7. *E perchè il* 2, *preso* 7 *volte, dà* 14; *onde avanzano nel* 16 *due unità, che col zero, che segue, fanno* 20, *numero che nè tampoco può essere* 7 *volte misurato dall'* 8. *Sicchè nè anche il* 7 *è quoziente di cotale divisione. Similmente può osservarsi che nè anche il* 6 *è di sì fatta divisione quoziente, ma il* 5. *Si noti dunque il* 5 *sott' il divisore, e si moltiplichi pel divisore. Il prodotto* 1435 *si scriva sott' il* 1609, *e si sottragga. Sarà il residuo* 174, *che si scriverà sott' il* 1435.
II. *Si ponga un punto sotto l'* 8 *del dividendo, e si scriva l'* 8 *a destra del* 174; *poscia si*

si divida per 287 il 1748, cercando, come poc' anzi qual debba essere il quoziente di tale divisione. Si troverà essere il 6 sì fatto quoziente. Onde si noterà il 6 a destra del 5 nel quoziente; e indi si seguirà innanzi l' operazione dell'istesso modo; e si troverà finalmente essere il quoziente cercato 56094.

ESEMPIO II.

Sia da dividersi 8754000000 *per* 35947.

Dividendo 8754000000
......

71894
______

Divisore 35947 156460
143788
______

Quoziente 243525 $\frac{6825}{35947}$ = 126720
107841
______

188790
179735
______

= 90550
71894
______

= 186560
179735
______

= 6825.

AVVERTIMENTO.

37. Si noti che, se i primi caratteri sì del dividendo, che del divisore sono zeri, si

ſi poſſono prima dal dividendo togliere tanti zeri, quanti ne ha il diviſore, e indi fare la diviſione, come ſe il dividendo, o 'l diviſore foſſero ſenza tali zeri. Perchè tant' è dividere 100 per 20, quant' è dividere la decima parte di 100 per la decima parte del 20, cioè 10 per 2. Se poi il diviſore ſolo avrà i zeri per primi caratteri; allora ſi potrà fare la diviſione, come ſe il diviſore foſſe ſenza sì fatti zeri, e 'l dividendo foſſe privo d' altrettanti de' ſuoi caratteri primi: però al reſiduo ultimo della diviſione ſi dovranno aggiugnere a deſtra tutt' i caratteri laſciati nel dividendo, per avere, quando ciò accade, il vero reſiduo. Sia per eſempio da dividerſi 74358745 per 32000. Si divida 74358 per 32; ſarà il quoziente $2323\frac{22}{32}$. Onde il quoziente di 74358745 diviſo per 32000 ſarà $2323\frac{22745}{32000}$.

PROBL. VIII.

38. *Eſaminare ſe moltiplicando s' è sì, o no errato.*

SOLUZIONE.

Si divida il prodotto trovato per uno de' fattori. Il quoziente, s' è non ſi è errato nella moltiplicazione, deve eſſere l' altro fattore.

DI-

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè il prodotto contiene uno de' fattori tante volte, quante unità sono nell' altro. Dunque un fattore tante volte deve misurare il prodotto, quante unità sono nell' altro fattore. Sicchè, dividendo il prodotto per uno de' fattori, l' altro fattore, se non si è errato nella moltiplicazione, deve essere il quoziente. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

ESEMPIO.

Sia da esaminarsi se il prodotto 15200 *trovato con moltiplicare* 475 *per* 32 *sia esatto.*

		Dividend. 15200
		...
		128
		= 240
Divisore	32	224
Quoziente	475	= 160
		160
		000.

Essendo dunque quoziente della divisione l' altro fattore 475; è chiaro che nella moltiplicazione non si è errato,

PRO-

PROBL. IX.

39. *Esaminare se dividendo si è sì, o no errato.*

SOLUZIONE.

Si moltiplichi il divisore pel quoziente; e al prodotto s'aggiunga il residuo della divisione, se ve n'è alcuno. Ciò, che nasce, deve essere il dividendo, se nella divisione non si è errato.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè il dividendo, toltone il residuo ultimo della divisione, contiene il divisore tante volte, quante unità sono nel quoziente. Dunque, prendendo il divisore tante volte, quante unità sono nel quoziente, e al prodotto aggiugnendovi il residuo ultimo della divisione, se avvene alcuno, deve aversi il dividendo; se non si è errato nella divisione.

Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

ESEMPIO.

Sia da esaminarsi se il quoziente 3501 $\frac{18}{25}$ *avuto con dividere* 87543 *per* 25 *è il giusto quoziente.*

3501

	3501
	25 molt.
	17505
	7002
Prodotto	87525
Ref. ult.	18 agg.
Somma	87543 .

Essendo questa somma niente diversa dal dividendo . Dunque nella divisione non si è commesso errore alcuno.

AVVERTIMENTO.

40. Oltre le regole già date , per poter conoscere di non avere errato nel sommare, sottrarre, moltiplicare, e dividere , sogliono gli Aritmetici darne delle altre , chiamate comunemente *Pruove del 9* . Perchè sì fatte pruove non hanno un'intera certezza, abbiamo stimato di non doverci intertenere in esporle.

CAP. II.

Del Calcolo de' numeri rotti.

DEFINIZIONE I.

41. Ogni espressione numerica, che contrassegna una, o più parti di qualunque unità, si dice *Rotto*, *Frazione*, o *Minuzia*.

COROLLARIO.

42. Dunque per contrassegnare un rotto non è sufficiente un numero solo, ma ve ne bisognano due; uno per numerare le parti, che si prendono dell' unità, e l' altro per denominare in quante parti è l' unità divisa.

DEFINIZIONE II.

43. Si dicono *Numeratore* quello, che numera le parti, che si prendono dell' unità, e *Denominatore* quello, che denomina in quante di sì fatte parti è divisa l' unità.

AV-

AVVERTIMENTO.

44. Acciocchè in ogni rotto si possa distinguere il numeratore dal denominatore, sono convenuti gli Aritmetici di scrivere il denominatore sotto del numeratore con una linea di mezzo; come $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, ec.. Si profferiscono poi i rotti, come $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$, ec. dicendo: *un mezzo*, *due terzi*, *tre quarti*, *quattro quinti*, *ec.*.

COROLLARIO I.

45. Sicchè il rotto $\frac{5}{7}$ di ducato significa un ducato diviso in 7 parti uguali, delle quali se ne prendono 5. Similmente il rotto $\frac{11}{18}$ di miglio significa un miglio diviso in 18 parti, delle quali se ne prendono 11, ec..

COROLLARIO II.

46. In oltre l'istesso è dividere un solo miglio per esempio in 18 parti uguali, e prenderne di sì fatte parti 11, che dividere 11 miglia in 18 parti, e prenderne di tali parti una sola. Ma il dividere un solo miglio in 18 parti uguali, e prenderne di sì fatte parti 11, è avere il valore del rotto $\frac{11}{18}$ di miglio; e 'l dividere 11 miglia in 18 parti uguali, e prenderne di tali par-

parti una sola, è avere il quoziente, che nasce dividendo per 18 le miglia 11. Dunque il rotto $\frac{11}{18}$ di miglio, e così ogni altro rotto equivale al quoziente d' una divisione, che ha il numeratore per dividendo, e 'l denominatore per divisore.

COROLLARIO III.

47. Quindi, se il numeratore sarà uguale al denominatore, il rotto sarà uguale all' unità. Così $\frac{1}{1}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, ec. di ducato, di miglio, di canna, ec. significano un ducato, un miglio, una canna, ec. Se poi il numeratore sarà maggiore del denominatore, il rotto sarà anche maggiore dell'unità. Così $\frac{7}{5}$ di miglio vale un miglio, e due quinti. Se finalmente il numeratore sarà minore del denominatore, il rotto sarà ben anche minore dell' unità. Così $\frac{11}{18}$ di canna vale meno d'una canna.

COROLLARIO IV.

48. Finalmente perchè il quoziente, che si ha dividendo per 1 qualunque numero intero, è l'istesso dividendo; perciò i rotti $\frac{5}{1}$, $\frac{6}{1}$, $\frac{7}{1}$, ec. equivalgono agl'interi 5, 6, 7, ec. Per la qual cosa si può qualunque numero intero considerare, come un rotto, che abbia l'unità per denominatore.

AVVERTIMENTO.

49. Si noti che, essendo ogni rotto uguale al quoziente, che si ha dividendo il numeratore pel denominatore, è facile il determinare il valore d'ognuno di essi, quand' è noto, come presso le diverse nazioni si divide, e suddivide l'unità, alla quale si riferisce il rotto, di cui si vuole sapere il valore, in altre unità minori. Per esempio presso noi si dividono la canna in 8 palmi, il palmo in 12 once, l'oncia in 5 minuti, Or se si vuol sapere il valore di $\frac{5}{11}$ di canna; riducendo prima le 5 canne, che dinota il numeratore del rotto, in pal. 40; e dividendo poscia per 11, o sia pel denominatore i pal. 40; si conoscerà che il rotto $\frac{5}{11}$ di canna vale pal. $3\frac{7}{11}$. Similmente, e successivamente si conoscerà che il rotto $\frac{7}{11}$ di palmo vale once $7\frac{7}{11}$; che il rotto $\frac{7}{11}$ di onc. vale min. $3\frac{2}{11}$, ovvero min. 3, tralasciando i $\frac{2}{11}$ di minuto, come minuzia da non tenerne conto. Sicchè il rotto $\frac{5}{11}$ di canna vale 3 pal., 7 onc., 3 min.. Dell' istesso modo si può determinare il valore di qualunque altro rotto.

DE-

DEFINIZIONE III.

50. Si chiamano *Rotto vero* quello, che vale meno dell' unità, e *Rotto ſpurio* quello, che uguaglia l' unità, o vale più dell' unità.

COROLLARIO.

51. Onde è rotto vero quello, che ha il numeratore minore del denominatore, e rotto ſpurio quello, che ha il numeratore uguale, o maggiore del denominatore.

DEFINIZIONE IV.

52. Ogni eſpreſſione numerica, che contraſſegna una, o più parti di qualche rotto, ſi dice *Rotto di rotto*. Similmente ogni eſpreſſione, che contraſſegna una, o più parti d' un rotto di rotto, ſi chiama *Rotto di rotto di rotto*; e così procedendo all'infinito.

COROLLARIO.

53. Quindi ſe delle $\frac{5}{7}$ di miglio ſe ne vorranno prendere due terze parti, ſi ſcriverà $\frac{2}{3}$ di $\frac{5}{7}$ di miglio; e una sì fatta eſpreſſione ſi dirà rotto di rotto. Similmente ſe delle $\frac{2}{3}$ di $\frac{5}{7}$ di miglio ſe ne vorranno prendere quattro quinte parti, ſi ſcriverà $\frac{4}{5}$

 di

di $\frac{2}{3}$ di $\frac{5}{7}$ di miglio, e sì fatta espressione si dirà rotto di rotto di rotto; e così procedendo all' infinito.

AVVERTIMENTO.

54. Si noti che pel calcolo de' rotti vi bisognano alcune riduzioni. Onde prima tratteremo di tali riduzioni, e poscia procederemo al detto calcolo.

LEMMA I.

55. *Non si muta il valore d' un rotto con moltiplicare sì il numeratore, che il denominatore per qualsivoglia numero intero.*

DIMOSTRAZIONE.

Sia il rotto $\frac{5}{7}$ di miglio, e si moltiplichi per 4 sì il numeratore, che il denominatore. Dico che il rotto $\frac{20}{28}$, che nasce, equivale a $\frac{5}{7}$.

Imperciocchè il denominatore disegna nel rotto $\frac{20}{28}$ l'unità divisa in 28 parti, e nel rotto $\frac{5}{7}$ l' istessa unità divisa in 7 parti. Dunque 4 di quelle vagliono per 1 di queste; e perciò 20 di quelle vagliono per 5 di queste. Sicchè i rotti $\frac{20}{28}$, e $\frac{5}{7}$ sono dell' istesso valore. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

LEM-

LEMMA II.

56. *Non si muta il valore d' un rotto con dividere sì il numeratore, che il denominatore per qualsisia numero intero, che sia esatto loro divisore.*

DIMOSTRAZIONE.

Sia il rotto $\frac{25}{30}$ di miglio, e si divida per 5 sì il numeratore, che'l denominatore. Dico che il rotto $\frac{5}{6}$, che nasce, equivale a $\frac{25}{30}$.

Imperciocchè il denominatore disegna nel rotto $\frac{5}{6}$ l' unità divisa in 6 parti, e nel rotto $\frac{25}{30}$ l' istessa unità divisa in 30 parti. Dunque una di quelle parti vale per 5 di queste; e perciò 5 di quelle vagliono per 25 di queste. Sicchè i rotti $\frac{5}{6}$, e $\frac{25}{30}$ sono dell' istesso valore. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. X.

57. *Ridurre un rotto di rotto a rotto semplice dell' istesso valore.*

SOLUZIONE.

Si moltiplichino insieme numeratore con numeratore, e denominatore con denomina-

tore. Ciò, che s'avrà, sarà il rotto semplice cercato.

ESEMPJ.

I. Sia $\frac{2}{3}$ di $\frac{4}{5}$. Sarà il rotto semplice equivalente $\frac{8}{15}$. II. Sia $\frac{3}{5}$ di $\frac{7}{11}$. Sarà il rotto semplice equivalente $\frac{21}{55}$.

DIMOSTRAZIONE.

Essendo $\frac{4}{5}$ dell'istesso valore di $\frac{12}{15}$; sarà $\frac{2}{3}$ di $\frac{4}{5}$ l'istesso che $\frac{2}{3}$ di $\frac{12}{15}$. Ma questo rotto di rotto $\frac{2}{3}$ di $\frac{12}{15}$ esprime che de le 12 parti dell'unità divisa in 15 se ne debbono prendere due terzi. Onde, essendo 4 un terzo di 12, esprimerà 8 i due terzi di 12. Dunque delle 15 parti dell'unità se ne debbono prendere 8, per avere il valore di $\frac{2}{3}$ di $\frac{12}{15}$, o sia di $\frac{2}{3}$ di $\frac{4}{5}$. Sicchè $\frac{8}{15}$ è dell'istesso valore di $\frac{2}{3}$ di $\frac{4}{5}$. Similmente si dimostra che $\frac{21}{55}$ è dell'istesso valore di $\frac{3}{5}$ di $\frac{7}{11}$, ec.. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO.

58. Essendo $\frac{2}{3}$ di $\frac{4}{5}$ equivalente a $\frac{8}{15}$; sarà $\frac{5}{7}$ di $\frac{2}{3}$ di $\frac{4}{5}$ equivalente a $\frac{5}{7}$ di $\frac{8}{15}$, e per conseguenza a $\frac{40}{105}$. Sicchè un rotto di rotto di rotto si riduce a rotto sem-

pli-

plice con moltiplicare insieme tutt'i numeratori, e con moltiplicare insieme tutt' i denominatori. L'istesso si trova procedendo innanzi.

PROBL. XI.

59. *Ridurre un' intero a rotto, senza che perda il suo valore.*

SOLUZIONE.

Due casi possono occorrere, o che non vi sia dato denominatore alcuno, o che vi sia dato un denominatore determinato. Nel

CASO I.

Il rotto, ch' avrà l' intero da ridursi per numeratore, e l' unità per denominatore, sarà il rotto cercato. Nel

CASO II.

Si moltiplichi l'intero da ridursi pel dato denominatore. Il rotto, che avrà il prodotto trovato per numeratore, e per denominatore il denominatore dato, sarà il rotto cercato.

ESEMPJ.

I. Sia da ridursi in rotto il 7, senza che vi sia dato denominatore alcuno. Sarà sì fatto rotto $\frac{7}{1}$. II. Sia da ridursi il 9 in rotto, che abbia per denominatore il 5. Essendo 45 il prodotto di 9 moltiplicato per 5; sarà il rotto cercato $\frac{45}{5}$.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè 9 è dell'istesso valore di $\frac{9}{1}$ (§48), e conseguentemente dell'istesso rotto, moltiplicato per 5 sì il numeratore, che il denominatore, o sia del rotto $\frac{45}{5}$. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. XII.

60. *Ridurre un rotto spurio ad intero.*

SOLUZIONE.

Si divida il numeratore pel denominatore. Il quoziente sarà l'intero, o l'intero col rotto vero.

La ragione di ciò è chiara per la natura de' rotti.

E S E M P J.

I. Sia il rotto $\frac{15}{3}$, l' intero equivalente sarà 5; perchè 5 è il quoziente del 15 diviso per 3. II. Sia il rotto $\frac{37}{5}$, l'intero col rotto vero equivalente sarà $7\frac{2}{5}$; perchè $7\frac{2}{5}$ è il quoziente del 37 diviso per 5.

P R O B L. XIII.

61. Ridurre rotti di denominatori diversi a rotti del medesimo denominatore, senza che si muti il loro valore.

S O L U Z I O N E.

1. Si moltiplichi il numeratore di ciascun rotto per gli denominatori di tutti gli altri; e si notino i prodotti.

2. Si moltiplichino insieme tutt' i denominatori, e si noti pure il loro prodotto. I rotti, che avranno per numeratori i prodotti primi notati, e per denominatore comune l'altro prodotto notato, saranno i rotti cercati.

E S E M P I O.

Sieno da ridursi all' istesso denominatore i rotti $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$. Essendo 70 il prodotto di 2 moltiplicato per 5 e 7, il numero

84 il prodotto del 4 moltiplicato per 3 e 7, il numero 90 quello del 6 moltiplicato per 3 e 5, e'l numero 105 quello de' denominatori 3, 5, 7 moltiplicati insieme; saranno i rotti cercati $\frac{70}{105}$, $\frac{84}{105}$, $\frac{90}{105}$.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè riducendosi i rotti $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$ all'istesso denominatore con moltiplicare sì il numeratore, che il denominatore di $\frac{2}{3}$ pel prodotto di 5 e 7, di $\frac{4}{5}$ pel prodotto di 3 e 7, e di $\frac{6}{7}$ pel prodotto di 3 e 5; saranno i rotti $\frac{70}{105}$, $\frac{84}{105}$, $\frac{90}{105}$ dell'istesso valore de' rotti $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$ (§ 55). Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO I.

62. Si noti che, col ridurre due rotti all'istesso denominatore, si conosce quali di essi è il maggiore, e di quanto. Così de' rotti $\frac{3}{4}$, e $\frac{14}{19}$ di canna non si conosce qual'è il maggiore; ridotti però all'istesso denominatore divengono $\frac{57}{76}$, $\frac{56}{76}$, e tosto si conosce essere il primo di $\frac{1}{76}$ di canna maggiore dell'altro.

AV-

AVVERTIMENTO II.

63. Si noti ancora che, se il denominatore d' un rotto sarà divisore esatto del denominatore d' un' altro, la riduzione all' istesso denominatore di tali due rotti si potrà fare con maggiore facilità a questo modo. Si divida il denominatore maggiore pel minore; e pel quoziente si moltiplichi sì il numeratore, che il denominare del rotto, che ha il denominatore minore. S'avrà in tal modo un rotto all' istesso denominatore dell' altro ridotto. Sieno per esempio i rotti $\frac{2}{3}$, e $\frac{7}{15}$ da ridursi all' istesso denominatore. Perchè 5 è il quoziente di 15 diviso per 3; si moltiplichi per 5 sì il numeratore, che il denominatore di $\frac{2}{3}$; s'avrà il rotto $\frac{10}{15}$ dell' istesso denominatore di $\frac{7}{15}$.

AVVERTIMENTO III.

64. Esposte già fin qui le necessarie riduzioni de' rotti; procediamo ora al calcolo di essi.

PROBL. XIV.

65. *Dati due, o più rotti, sommarli insieme.*

So-

SOLUZIONE.

I. Se i rotti dati hanno l'isteſſo denominatore; ſi trovi allora la ſomma de'numeratori, e a sì fatta ſomma ſi ſoſcriva il comune loro denominatore. Il rotto, che s'avrà, ſarà la ſomma cercata.

II. Se poi hanno denominatori diverſi; ſi riducano prima all' isteſſo denominatore; e poſcia ſi trovi la loro ſomma, come s'è inſegnato nel caſo primo.

ESEMPJ.

Rotti dati	*Ridotti all'iſteſſo denom.*	*Somme.*
$\frac{4}{13}$, $\frac{3}{13}$, $\frac{9}{13}$,	- - - - - - - - - - - - - - -	$\frac{16}{13}$
$\frac{4}{9}$, $\frac{3}{7}$,	$\frac{28}{63}$, $\frac{27}{63}$	$\frac{55}{63}$
$\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$	$\frac{70}{105}$, $\frac{84}{105}$, $\frac{90}{105}$	$\frac{244}{105}$.

DIMOSTRAZIONE.

Contraſſegnando i rotti dell' isteſſo denominatore parti della medeſima grandezza; un rotto, che avrà per numeratore la ſomma de' numeratori di più di eſſi, e per denominatore il comune loro denominatore, con-

contrassegnerà la somma delle parti da essi espresse. Onde un sì fatto rotto sarà la somma cercata. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO.

66. Essendo 3 uguale a $\frac{3}{1}$ (§48), ed essendo la somma di $\frac{3}{1}$ e $\frac{2}{7}$ uguale a $\frac{23}{7}$; sarà anche $3\frac{2}{7}$ uguale a $\frac{23}{7}$. Sicchè un intero unito con un rotto si riduce a un rotto solo, moltiplicando prima l'intero pel denominatore del rotto; indi al prodotto aggiugnendo il numeratore del rotto; e finalmente soscrivendo alla somma il denominatore dell' istesso rotto.

AVVERTIMENTO.

67. Se saranno interi co' rotti da doversi sommare, si sommeranno prima i rotti, e poscia gl' interi; acciò se nella somma de' rotti sarà compreso qualch' intero, possa egli essere aggiunto a quella degli altri. Sieno per esempio $7\frac{3}{4}$, e $5\frac{2}{3}$ da sommarsi. La somma de' rotti $\frac{3}{4}$ e $\frac{2}{3}$ è $\frac{17}{12}$, cioè $1\ \frac{5}{12}$; la somma degl' interi 7, e 5 è 12. Sicchè la somma di $7\frac{3}{4}$, e $5\frac{2}{3}$ è $13\ \frac{5}{12}$.

PRO-

PROBL. XV.

68. *Sottrarre un rotto minore da un maggiore.*

SOLUZIONE.

I. Se i rotti sono dell' istesso denominatore; dal numeratore maggiore si sottragga il minore, e al residuo si soscriva il denominatore comune. Il rotto, che s' avrà, sarà il residuo cercato.

II. Se poi i rotti hanno denominatori diversi; si riducano prima all' istesso denominatore, e poscia si faccia l' operazione, come nel caso primo.

ESEMPJ.

$\frac{9}{11}$, $\frac{5}{11}$, - - - - - - - - - - $\frac{4}{11}$

$\frac{8}{9}$, $\frac{4}{5}$, - - - - - - $\frac{40}{45}$, $\frac{36}{45}$ - - - - - $\frac{4}{45}$

$\frac{2}{3}$, $\frac{5}{9}$, - - - - - - - $\frac{6}{9}$, $\frac{5}{9}$ - - - - - - $\frac{1}{9}$.

DIMOSTRAZIONE.

Contrassegnando i rotti dell' istesso denominatore parti della medesima grandezza; un rotto, che ha per numeratore la differenza de' numeratori di due rotti, e per denomina-

natore il comune loro denominatore, contraſſegna la differenza, che v' è tra 'l numero delle parti diſegnate dal rotto maggiore, e 'l numero di quelle diſegnate dal minore. Onde un sì fatto rotto è il reſiduo, che naſce, ſottraendo il rotto minore dal maggiore. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

COROLLARIO.

69. Quindi ſe dall'intero 5 ſi dovrà ſottrarre il rotto $\frac{3}{7}$. Eſſendo il 5 uguale a $4\frac{7}{7}$; il reſiduo cercato ſarà $4\frac{4}{7}$. Similmente ſe da $8\frac{2}{11}$ ſi dovrà ſottrarre $3\frac{5}{11}$. Eſſendo $8\frac{2}{11}$ uguale a $7\frac{13}{11}$; ſarà il reſiduo cercato $4\frac{8}{11}$.

PROBL. XVI.

70. *Moltiplicare un rotto per un altro.*

SOLUZIONE.

Si moltiplichino il numeratore pel numeratore, e 'l denominatore pel denominatore. Il rotto, che avrà il prodotto primo per numeratore, e 'l prodotto ſecondo per denominatore, ſarà il prodotto cercato.

ESEM-

ESEMPJ.

Rotti dati	*Prodotti*
$\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$	$\frac{15}{24}$
$\frac{7}{9}$, $\frac{5}{11}$	$\frac{35}{99}$
$\frac{4}{5}$, $\frac{3}{7}$	$\frac{12}{35}$.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè il moltiplicare $\frac{3}{4}$ per 5 è l' istesso che prendere 5 volte le 3 parti dell' unità, ch' è divisa in 4 parti; onde il prodotto di $\frac{3}{4}$ moltiplicato per 5 deve contenere 15 delle dette parti, e conseguentemente deve essere $\frac{15}{4}$. Il moltiplicare poi $\frac{3}{4}$ per $\frac{5}{6}$ è l' istesso che moltiplicare $\frac{3}{4}$ per la sesta parte di 5. Sicchè il prodotto di $\frac{3}{4}$ moltiplicato per $\frac{5}{6}$ deve essere la sesta parte di $\frac{15}{4}$. Ma la sesta parte di $\frac{15}{4}$ è $\frac{15}{24}$; perchè, essendo una delle parti ventiquattresime d' una unità il sesto d'una delle parti quarte dell' istessa unità, 15 delle prime saranno anche il sesto di 15 delle seconde: Dunque il prodotto di $\frac{3}{4}$ per $\frac{5}{6}$ è $\frac{15}{24}$; cioè uguale a un rotto, il cui numeratore è il prodotto de' numeratori de' fattori, e 'l denominatore è il prodotto de' denominatori de'

de' medesimi fattori. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO.

71. Quindi se si moltiplicherà l' intero 15 pel rotto $\frac{3}{7}$, il prodotto sarà $\frac{45}{7}$, ovvero $6\ \frac{3}{7}$ (§ 60). Se poi si dovrà moltiplicare $8\ \frac{3}{4}$ per $5\ \frac{2}{3}$; essendo $8\ \frac{3}{4}$ uguale a $\frac{35}{4}$, e $5\ \frac{2}{3}$ uguale a $\frac{17}{3}$ (§ 66), il prodotto sarà $\frac{595}{12}$, ovvero $49\ \frac{7}{12}$.

PROBL. XVII.

72. *Dividere un rotto per un altro.*

SOLUZIONE.

Si moltiplichi il dividendo pel divisore rovesciato, cioè pel divisore, in cui s' è mutato il numeratore in denominatore, e 'l denominatore in numeratore. Il prodotto sarà il quoziente cercato.

ESEMPJ.

Dividendi		*Divisori*	*Quozienti*
$\frac{3}{4}$	,	$\frac{5}{9}$	$\frac{27}{20}$
$\frac{3}{8}$	,	$\frac{2}{5}$	$\frac{15}{16}$
$\frac{10}{11}$	,	$\frac{2}{9}$	$\frac{90}{22}$.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè il dividere $\frac{3}{4}$ per 5 è l' istesso, che prendere il quinto delle 3 parti dell' unità divisa in 4 parti. Onde il quoziente di $\frac{3}{4}$ diviso per 5 deve essere $\frac{3}{20}$. Il dividere poi $\frac{3}{4}$ per $\frac{5}{9}$ è l' istesso, che dividere $\frac{3}{4}$ per la nona parte di 5. Sicchè il quoziente di $\frac{3}{4}$ diviso per $\frac{5}{9}$ deve essere nove volte il quoziente $\frac{3}{20}$; onde deve essere $\frac{27}{20}$, e conseguentemente uguale al prodotto, che 'si ha, moltiplicando il dividendo pel divisore rovesciato. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO.

73. Quindi se si dovrà l' intero 5 dividere per rotto $\frac{3}{4}$; essendo il 5 uguale $\frac{5}{1}$, il quoziente sarà $\frac{20}{3}$, ovvero $6\frac{2}{3}$. Se poi si

si dovrà dividere $\frac{4}{7}$ per l'intero 9; essendo il 9 uguale a $\frac{9}{1}$, sarà il quoziente $\frac{4}{63}$. Se finalmente si dovrà dividere 8 $\frac{2}{3}$ per 2 $\frac{5}{9}$; essendo 8 $\frac{2}{3}$ uguale a $\frac{26}{3}$, e 2 $\frac{5}{9}$ uguale a $\frac{23}{9}$, sarà il quoziente $\frac{234}{69}$, ovvero 3 $\frac{27}{69}$.

AVVERTIMENTO I.

74. Si noti che se nel sommare, sottrarre, moltiplicare, e dividere i rotti s'incontreranno rotti di rotti; si ridurranno prima cotali rotti a rotti semplici, e poscia si farà l'operazione, che si vorrà, del modo già insegnato. Sieno per esempio $\frac{2}{3}$ di $\frac{4}{5}$, e $\frac{1}{4}$ di $\frac{3}{7}$. Essendo $\frac{2}{3}$ di $\frac{4}{5}$ equivalente a $\frac{8}{15}$, e $\frac{1}{4}$ di $\frac{3}{7}$ equivalente a $\frac{3}{28}$; sarà la loro somma $\frac{269}{420}$, il residuo $\frac{179}{420}$, il prodotto $\frac{24}{420}$, e 'l quoziente $\frac{224}{45}$, ovvero 4 $\frac{44}{45}$.

AVVERTIMENTO II.

75. Si noti pure che de' rotti la somma, il residuo, il prodotto, e'l quoziente si conoscono, determinandone i loro valori del modo già detto nel § 49.

C A P. III.

Del Calcolo de' numeri denominati.

DEFINIZIONE.

76. Si dicono *Numeri denominati* quelli, che coſtano d' unità della medeſima ſpezie, ma di diverſa grandezza; cioè d' unità tali, che una della ſpezie minore, preſa certo numero di volte, può formare un' unità della ſpezie maggiore. Tali ſono 8 canne, 5 palmi, 6 oncie, 4 minuti; ſimilmente 12 ore, 17 minuti primi, 29 minuti ſecondi, ec..

AVVERTIMENTO I.

77. I numeri denominati hanno luogo nel contraſſegnare le monete, e le miſure d'ogni nazione; le quali monete, e miſure, perchè foſſero atte ad apprezzare, e miſurare sì le coſe grandi, che le picciole, hanno ricevute più determinate diviſioni, e ſuddiviſioni. Per eſempio la noſtra canna ſi divide in 8 palmi, il palmo in 12 oncie, l' oncia in 5 minuti. Similmente il

no-

nostro ducato si divide in 5 tarì, il tarì in 2 carlini, il carlino in 10 grana, e 'l grano in 12 cavalli. I Geometri dividono pure la periferia di qualunque cerchio in 360 gradi, il grado in 60 minuti primi, il minuto primo in 60 minuti secondi; e così procedendo all' infinito.

COROLLARIO I.

78. Sicchè il dire $6^{can.}$. $3^{pal.}$: $7^{onc.}$: $4^{min.}$ è l' istesso, che dire $6^{can.}$, $\frac{3}{8}$ di can., $\frac{7}{12}$ di palm., o $\frac{7}{12}$ di $\frac{1}{8}$ di canna, $\frac{4}{5}$ di onc., o $\frac{4}{5}$ di $\frac{1}{12}$ di $\frac{1}{8}$ di can., ovvero 6 can., $\frac{3}{8}$ di can., $\frac{7}{96}$ di can., $\frac{4}{480}$ di can.. E perciò i numeri denominati sono interi uniti co' rotti semplici, e co' rotti di rotti, o interi uniti co' rotti di diversi denominatori, li quali dinotano l' istessa unità divisa in parti di diverse grandezze. Ed ecco perchè sì fatti numeri si chiamano numeri denominati.

COROLLARIO II.

79. Essendo in oltre $6^{can.}$, $3^{pal.}$, $7^{onc.}$, $4^{min.}$ uguali sì a can. $6\frac{219}{480}$, riducendo in una somma tutt' i rotti, che a 3099 minuti, riducendo ogni cosa alla unità della minima spezie. E' facile a intendere che i numeri denominati si possono mettere a calcolo e come interi uniti co' rotti,

e come semplici interi.

AVVERTIMENTO II.

80. L'uso però ha reso sì famigliare tra gli uomini le divisioni, e suddivisioni delle misure, e monete, che se qualche lunghezza è $6^{can.}$. $3^{pal.}$. $7^{onc.}$. $4^{min.}$, esprimendola in sì fatto modo, si comprende con chiarezza la sua grandezza; laddove esprimendola con can. $6\frac{219}{480}$, o con 3099 min., non si comprende la sua grandezza, se non quando si determina il valore del rotto $\frac{216}{430}$ in palmi, once, e minuti, o dagli minuti 3099 si ricavano le canne, i palmi, le once, e i minuti, che racchiudono. Quindi nel calcolo delle misure, e monete, per conservare la chiarezza nell'espressioni, è necessario adoperare i numeri denominati, come interi, senza far uso de' denominatori; bastando solo, che si sappiano dal calcolatore. Intanto come si debbono i numeri denominati in sì fatto modo calcolare, è appunto ciò, che qui insegneremo.

AVVERTIMENTO III.

81. Si noti finalmente che i numeri esprimenti i gradi si distinguono con un zero posto su di essi a destra; e che i numeri esprimenti minuti primi, e minuti secondi sì di gradi, che di tempo si distinguono,

guono, quelli con una virgoletta, e questi con due, poste pure su di essi dalla parte destra. Così $3^{\circ} . 42^{I} . 57^{II}$ dinota 3 gradi, 42 minuti primi, e 57 minuti secondi. Similmente $18^{or.} . 25^{I} . 18^{II}$ dinota 18 ore, 25 minuti primi, e 18 minuti secondi; però questi sono minuti primi, e secondi di tempo, e quelli di grado.

PROBL. XVIII.

82. *Sommare i numeri denominati, che si rapportano alla medesima unità, e procedono coll' istessa legge di divisione, e suddivisione.*

Soluzione.

1. Si scrivano i numeri denominati l'uno sotto l'altro in modo, che sieno tra loro corrispondenti quei della medesima spezie; e sotto tutti si tiri una linea.

2. Si trovino separatamente, e successivamente le somme de' numeri di ciascuna spezie, principiando da que' della spezie minima; e si notino sotto la linea in corrispondenza delle spezie, a cui appartengono. Però se qualcuna di cotali somme conterrà una, o più unità della spezie prossimamente maggiore; si serberanno sì fatte unità per la somma seguente, e si noterà sotto la linea il solo avanzo.

Ciò, che s'avrà, sarà la somma cercata.

ESEMPIO I.

$125^{can.}$	. $6^{pal.}$	. $8^{onc.}$	. $4^{min.}$
323	. 4	. 9	. 3
86	. 7	. 11	. 0
21	. 2	. 7	. 4
36	. 5	. 10	. 2
Som. 594	. 3	. 11	. 3

SPIEGAZIONE.

I. *La somma de' minuti è* 13, *cioè* 2 *onc.*, *e* 3 *min.*. *Si scriva dunque* 3 *in corrispondenza de' minuti*, *e le* 2 *onc. si serbino per la somma seguente*. II. *La somma delle once colle* 2 *della somma precedente è* 47, *cioè* 3 *pal.*, *e* 11 *onc.*. *Onde si scriva* 11 *in corrispondenza delle once*, *e i* 3 *pal. si serbino per la somma, che segue*. III. *La somma de' palmi colli* 3 *della somma precedente è* 27, *cioè* 3 *can.*, *e* 3 *pal.*. *Dunque si scriva* 3 *in corrispondenza de' palmi*, *e le* 3 *canne si serbino per la somma seguente*. IV. *La somma delle canne colle* 3 *della somma precedente è* 594. *Sicchè si scriva* 594 *in corrispondenza delle canne*; *e sarà la somma cercata* $594^{can.}$. $3^{pal.}$, $11^{onc.}$. $3^{min.}$.

ESEM-

ESEMPIO II.

$56^{gior.}$	. $22^{or.}$	. 46^{I}	. 39^{II}
84	. 13	. 35	. 54
431	. 8	. 29	. 44
8	. 7	. 14	. 25
37	. 10	. 55	. 53
19	. 17	. 45	. 36
Som. 713	. 8	. 48	. 11

SPIEGAZIONE.

I. *La ſomma delle unità de' minuti ſecondi è* 31; *onde ſi ſcriva* 1 *in corriſpondenza delle unità, e le* 3 *decine ſi ſerbino per la ſomma delle decine.* II. *La ſomma delle decine de' minuti ſecondi colle* 3 *della ſomma precedente è* 25, *cioè* 4^{I}, *e una decina di minuti ſecondi; perchè* 6 *decine di minuti ſecondi, ovvero* 60^{II} *fanno* 1^{I}. *Sicchè ſi ſcriva* 1 *in corriſpondenza delle decine de' ſecondi, e i* 4^{I} *ſi ſerbino per la ſomma ſeguente.* III. *La ſomma delle unità de' minuti primi colli* 4 *della ſomma precedente è* 38. *Onde ſi ſcriva* 8 *in corriſpondenza delle unità de' minuti primi, e le* 3 *decine ſi ſerbino per la ſomma ſeguente.* IV. *La ſomma delle decine de' minuti primi, una colle* 3 *della ſomma precedente è* 22, *cioè* $3^{or.}$, *e* 4 *decine di minuti primi; perchè* 6 *decine di minuti primi, ovvero* 60^{I} *fanno* $1^{or.}$. *Sic-*

chè si scriva 4 *in corrispondenza delle decine de' minuti primi*, *e le* 3$^{or.}$ *si serbino per la somma seguente*. V. *La somma delle ore colle* 3 *della somma precedente è* 80, *cioè* 3 *gior.*, *e* 8 *or.*. *Si scriva perciò* 8 *in corrispondenza delle ore*, *e i tre giorni si serbino per la somma de' giorni*. VI. *La somma de' giorni colli* 3 *della somma precedente è* 713. *Si scriva dunque* 713 *in corrispondenza de' giorni*; *e s'avrà la somma cercata* 713$^{gior.}$. 8$^{or.}$. 48^{I}. 11^{II}.

ESEMPIO III.

	143$^{duc.}$	. 4$^{tar.}$	. 1$^{car.}$	. 6$^{gr.}$	. 9$^{cav.}$
	21	. 3	. 0	. 5	. 11
	14	. 1	. 1	. 9	. 5
	43	. 0	. 1	. 5	. 10
	396	. 3	. 0	. 9	. 6
Som.	619	. 4	. 0	. 7	. 5

ESEMPIO IV.

	43^{o}	. 47^{I}	. 56^{II}
	21	. 31	. 18
	8	. 9	. 51
	17	. 54	. 26
	37	. 49	. 59
Som.	129^{o}	. 13	. 30.

PRO-

PROBL. XIX.

83. *Dati due numeri denominati disuguali, che si rapportano alla medesima unità, e procedono colla medesima legge di divisione, e suddivisione, sottrarre il minore dal maggiore.*

Soluzione.

1. Si scriva il minore sott' il maggiore, come nell' addizione; e sott'il minore si tiri una linea.

2. Si facciano successivamente tante sottrazioni particolari, quante sono le spezie diverse, principiando da que' della spezie minima, e i residui si notino sotto la linea in corrispondenza delle spezie, alle quali appartengono. Intanto se accade che dal numero d' una spezie non si possa togliere il suo corrispondente; si tolga allora dall' istesso numero accresciuto di tante unità, quante ne contiene di tale spezie un' unità della spezie prossimamente maggiore; però in tale caso bisogna considerare la spezie prossimamente maggiore d' una unità diminuita.

Ciò, che s' avrà, sarà il residuo cercato.

ESEM-

ESEMPIO I.

	145$^{can.}$.	5$^{pal.}$.	4$^{onc.}$.	2$^{min.}$
	98 .	6 .	9 .	3 sott.
Resid.	46 .	6 .	6 .	4

SPIEGAZIONE.

I. *Da* 2 *minuti non se ne possono togliere* 3; *s'accrescano quelli d' un' oncia , ovvero di min.* 5; *e, da* 7 *minuti sottrattine i* 3, *il residuo* 4 *si noti sotto la linea in corrispondenza de' minuti*. II. *Da* 4 *onc.* , *diminuite d' una, o sia da* 3 *onc. non se ne possono togliere* 9; *s'accrescano le* 3 *onc. d'un palmo , ovvero di* 12 *onc.; e, da* 15 *onc. sottrattene le* 9, *il residuo* 6 *si noti sotto la linea in corrispondenza delle once*. III. *Da* 5 *pal.*, *diminuito d'uno, o sia da* 4 *pal. non se ne possono togliere* 6; *s' accrescano quelli d' una canna , o di* 8 *pal.*; *e, da* 12 *pal. toltine i* 6 , *il residuo* 6 *si noti sotto la linea in corrispondenza de' palmi*. IV. *Finalmente da* 145 *can.* , *diminuite d'una, o sia da* 144 *can. si tolgano can* 98, *il residuo* 46 *si noti sotto la linea in corrispondenza delle canne* . *S'avrà in sì fatto modo il residuo cercato* 46$^{can.}$, 6$^{pal.}$, 6$^{onc.}$, 4$^{min.}$,

ESEM-

ESEMPIO II.

	$83^{gior.}$	.	$12^{or.}$	.	25^{I}	.	31^{II}	.
	47	.	22	.	47	.	53	sott.
Resid.	35	.	13	.	37	.	38	

SPIEGAZIONE.

I. *Da* 1 *non si può togliere il* 3 ; *onde si tolga il* 3 *da* 11 , *e'l residuo* 8 *si scriva sotto la linea* . II. *Dal* 2 *non si può togliere il* 5 ; *s' accresca il* 2 *di* 6 , *che tanto vale* 1^{I} *in questo luogo* ; *e 'l residuo* 3 *si scriva sotto la linea*. III. *Dal* 4 *non si può togliere il* 7 ; *onde si tolga il* 7 *dal* 14 ; *e'l residuo* 7 *si scriva sotto la linea* . IV. *Da* 1 *non si può togliere il* 4 ; *s' accresca l'* 1 *di* 6 , *che tanto vale* $1^{or.}$ *in questo luogo* ; *e'l* 4 *si tolga dal* 7 , *e 'l residuo* 3 *si noti sotto la linea* . V. *Dalle* $11^{or.}$ *non se ne possono togliere le* 22 ; *s'aggiunga alle* $11^{or.}$ *un giorno*, *o* $24^{or.}$, *e da* $35^{or.}$ *si tolgano le* 22 ; *e 'l residuo* 13 *si noti sotto la linea*. VI. *Finalmente da* $82^{gior.}$ *si tolgano gior.* 47 , *e'l residuo* 35 *si noti sotto la linea. S'avrà in tal modo il residuo cercato* $35^{gior.}$. $13^{or.}$. 37^{I} . 38^{II}.

ESEM-

ESEMPIO III.

	$142^{duc.}$	$2^{tar.}$	$1^{car.}$	$3^{gr.}$	$5^{cav.}$	
	93	4	1	7	9	fott.
Refid.	48	2	1	5	8	

ESEMPIO IV.

	15^{o}	17^{I}	36^{II}	
	7	29	49	fott.
Refid.	7	47	47	

PROBL. XX.

84. *Moltiplicare qualfifia numero denominato per qualunque numero intero.*

SOLUZIONE.

Pel numero intero fi moltiplichino prima il numero efprimente le unità della minima fpezie, e pofcia gli altri coll' ordine, fecondo il quale procedono. I prodotti particolari fi fcrivano feparatamente fotto la linea in corrifpondenza delle fpezie, alle quali appartengono. Però fe qualcuno di effi giugnerà a formare una, o più unità del prodotto feguente, s'aggiugneranno elleno a sì fatto prodotto, e fotto la linea fi fcriverà folamente l'avanzo. Ciò,

Ciò, che s'avrà, sarà il prodotto cercato.

ESEMPIO I.

	$18^{can.}$	$5^{pal.}$	$7^{onc.}$	$4^{min.}$
				8 molt.
Prodot.	149	5	2	2

SPIEGAZIONE.

I. *Gli* $4^{min.}$, *otto volte presi, fanno* $32^{min.}$; *cioè* $6^{onc.}$, *e* $2^{min.}$. *Perciò si scriva sotto la linea il* 2 *in corrispondenza de' minuti, e le* $6^{onc.}$ *si serbino pel prodotto seguente*. II. *Le* $7^{onc.}$, *otto volte prese, una colle* $6^{onc.}$ *del prodotto precedente fanno* $62^{onc.}$, *ovvero* $5^{pal.}$, *e* $2^{onc.}$. *Sicchè si scriva* 2 *sotto la linea in corrispondenza delle once, e i* $5^{pal.}$ *si serbino pel prodotto seguente*. III. *Gli* $5^{pal.}$, 8 *volte presi, una colli* $5^{pal.}$ *del prodotto precedente fanno* $45^{pal.}$, *ovvero* $5^{can.}$, *e* $5^{pal.}$. *Perciò si scriva il* 5 *sotto la linea in corrispondenza de' palmi, e le* $5^{can.}$ *si serbino pel prodotto seguente*. IV. *Finalmente le* $18^{can.}$, *otto volte prese, una colle* $5^{can.}$ *del prodotto precedente fanno* $149^{can.}$. *Sicchè si scriva sotto la linea in corrispondenza delle canne il numero* 149. *S'avrà in tal modo il prodotto cercato* $149^{can.}$. $5^{pal.}$. $2^{onc.}$. $2^{min.}$.

ESEM-

ESEMPIO II.

	$17^{gior.}$.	$13^{or.}$.	21^{I} .	53^{II}
				5 molt.
Prod.	87 .	18 .	49 .	25 .

SPIEGAZIONE.

I. *Il prodotto di* 3 *moltiplicato per* 5 *è* 15. *Sicchè si scriva il* 5 *sotto la linea , e la decina si serbi pel prodotto seguente .* II. *Il prodotto di* 5 *moltiplicato per* 5 *è* 25 ; *onde, aggiuntavi al* 25 *una unità, per la decina del prodotto precedente, si hanno* 26 *decine , o* 4^{I} , *e* 2 *decine di secondi ; perciò si scriva* 2 *sotto la linea, e i* 4^{I} *si serbino pel prodotto seguente .* III. *Il prodotto di* 1 *per* 5 *è* 5 ; *onde, aggiuntivi al* 5 *i* 4^{I} *avuti nel prodotto precedente, si ha* 9, *che si scriva sotto la linea .* IV. *Il prodotto di* 2 *moltiplicato per* 5 *è* 10, *cioè* $1^{or.}$, *e* 4 *decine di minuti primi . Onde si scriva* 4 *sotto la linea, e l' ora si serbi pel prodotto seguente .* V. *Il prodotto di* 13 *moltiplicato per* 5 *è* 65 . *S' aggiunga al* 65 *un' unità per l' ora avuta nel prodotto precedente, si hanno* $66^{or.}$, *cioè* $2^{gior.}$, *e* $18^{or.}$. *Perciò si scriva* 18 *sotto la linea, e i giorni* 2 *si serbino pel prodotto seguente .* VI. *Il prodotto di* 17 *moltiplicato per* 5 *è* 85 . *S' aggiunga all'* 85 *il* 2 *per li* $2^{gior.}$ *del prodotto antecedente, si ha*

87 ;

87; onde si scriva sotto la linea 87. *S' avrà in tal modo il prodotto cercato* $87^{gior.}$. $18^{or.}$. 49^{I}. 25^{II}.

ESEMPIO III.

$45^{duc.}$. $2^{ta.}$. $1^{car.}$. $8^{gr.}$. $8^{cav.}$
13 molt.

Prodot. 592 . 3 . 0 . 2 . 8

ESEMPIO IV.

275^{o} . 36^{I} . 43^{II}
14 molt.

Prodot. 3858 . 34 . 2.

PROBL. XXI.

85. *Dividere qualsisia numero denominato per qualunque numero intero.*

SOLUZIONE.

Pel numero intero si divida prima quello, ch' esprime le unità della massima grandezza; e poscia si dividano gli altri successivamente, secondo l' ordine, che procedono. I quozienti particolari si scrivano sotto la linea separatamente: però se qualche divisione avrà residuo, s'aggiugnerà egli

al numero, che si dovrà immediatamente dividere, ridotto prima alle unità del medesimo numero.

Ciò, che s'avrà, sarà il quoziente cercato.

ESEMPIO I.

Divid. $97^{can.} \cdot 6^{pal.} \cdot 8^{onc.} \cdot 3^{min.}$
Divis. 7

Quoz. $13^{can.} \cdot 7^{pal.} \cdot 9^{onc.} \cdot 4^{min.}$

SPIEGAZIONE.

I. *La settima parte di* $97^{can.}$ *è* $13^{can.}$, *e'l residuo è* $6^{can.}$, *o* $48^{pal.}$, *li quali, aggiunti alli* $6^{pal.}$, *fanno* $54^{pal.}$. II. *La settima parte di* $54^{pal.}$ *è* $7^{pal.}$, *e'l residuo è* $5^{pal.}$, *o* $60^{onc.}$, *le quali, aggiunte alle* $8^{onc.}$, *fanno* $68^{onc.}$. III. *La settima parte di* $68^{onc.}$ *è* $9^{onc.}$, *e'l residuo è* $5^{onc.}$, *o* $25^{min.}$, *li quali, aggiunti agli* $3^{min.}$, *fanno* $28^{min.}$. IV. *Finalmente la settima parte di* $28^{min.}$ *è* $4^{min.}$, *e'l residuo è* 0. *Sicchè il quoziente cercato è* $13^{can.} \cdot 7^{pal.} \cdot 9^{onc.} \cdot 4^{min.}$.

ESEMPIO II.

Divid. $3^{gior.} \cdot 12^{or.} \cdot 43^{I} \cdot 27^{II}$
Divis. 47.

Quoz. $0^{gior.} \cdot 1^{or.} \cdot 48^{I} \cdot 9^{II}$

SPIE-

SPIEGAZIONE.

I. *I* $3^{gior.}$ *non si possono dividere per* 47. *Si riducano dunque i* $3^{gior.}$ *in ore, e a esse s' aggiungano le* $12^{or.}$; *s' avranno* $84^{or.}$, *le quali, divise per* 47, *danno per quoziente* $1^{or.}$, *e per residuo* $37^{or.}$. II. *Si riducano le* $37^{or.}$ *in minuti primi, e a essi s' aggiungano li* 43^{I}; *s' avranno* 2263^{I}, *li quali, divisi per* 47, *danno per quoziente* 48^{I}, *e per residuo* 7^{I}. III. *Si riducano i* 7^{I} *in minuti secondi, e a essi s' aggiungano li* 27^{II}; *s' avranno* 447^{II}, *li quali, divisi per* 47, *danno per quoziente* 9^{II}, *e per residuo* 24^{II}. *Sicchè il quoziente cercato sarà* $0^{gior.}$. $1^{or.}$. 48^{I}. 9^{II}, *tralasciando* $\frac{24}{47}$ *di secondo, come minuzia da non tenerne conto.*

ESEMPIO III.

Divid. $73^{duc.}$. $2^{tar.}$. $0^{car.}$ $7^{gr.}$. $5^{cav.}$
Divis. 14

Quoz. $5^{duc.}$. $1^{tar.}$. $0^{car.}$. $4^{gr.}$. $9^{cav.}$.

ESEMPIO IV.

Divid. 13^{o}. 27^{I}. 49^{II}
Divis. 3236

Quoz. 0^{o}. 0^{I}. 14^{II}.

CAP. IV.

Del Calcolo de' rotti decimali.

DEFINIZIONE.

86. Si dicono *rotti decimali* que' rotti, che hanno per denominatori i numeri 10, 100, 1000, 10000, ec.; come $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, ec.; $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, ec.; $\frac{1}{1000}$, $\frac{2}{1000}$, $\frac{3}{1000}$, ec..

COROLLARIO I.

87. Contraſſegnando dell' unità i rotti $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, ec. parti decime, i rotti $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, ec. parti centeſime, i rotti $\frac{1}{1000}$ $\frac{2}{1000}$, $\frac{3}{1000}$, ec. parti milleſime, ec.: è chiaro che ſiccome $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, ec. ſono decimali per riſpetto dell' unità, così $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, ec. ſono decimali per riſpetto di $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, ec., e $\frac{1}{1000}$, $\frac{2}{1000}$, $\frac{3}{1000}$, ec. ſono decimali per riſpetto di $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, ec.; e così procedendo all' infinito. Quindi s' intende perchè ogni rotto, che ha per denominatore uno de' numeri 10, 100, 1000, 10000, ec., ſi chiama

ma rotto decimale. S' intende altresì che i rotti $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, ec. sono decimali semplici; che i rotti $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$ ec. sono decimali di decimali; che $\frac{1}{1000}$, $\frac{2}{1000}$, $\frac{3}{1000}$, ec. sono decimali di decimali di decimali; e così procedendo all' infinito.

COROLLARIO II.

88. Andando in ogni numero composto i caratteri crescendo per decine da destra a sinistra: è chiaro che del numeratore di qualunque rotto decimale il primo carattere, ch' è a destra, disegna parti dell' unità denotate dal denominatore; il carattere secondo disegna decine di sì fatte parti, e conseguentemente parti dell' unità, che dinota l' istesso denominatore, diminuito d'un zero; il carattere terzo disegna centinaja delle parti dell' unità, che dinota il denominatore intero, e conseguentemente disegna parti dell' unità, che dinota l' istesso denominatore, diminuito di due zeri; e così procedendo innanzi.

COROLLARIO III.

89. Quindi, ſe nel numeratore d'un rotto decimale vi ſaranno tanti caratteri, quanti ſaranno i zeri nel denominatore; diſegneranno l' ultimo carattere del numeratore parti decime dell' unità, il penultimo parti centeſime, l' antepenultimo parti milleſime; e così procedendo innanzi. Così nel rotto $\frac{2345}{10000}$ dinotano il 2 parti decime dell' unità, il 3 parti centeſime, il 4 parti milleſime, e 'l 5 parti diecimilleſime. Se poi vi ſaranno più caratteri nel numeratore, che zeri nel denominatore; i caratteri, che vi ſaranno di più denoteranno interi. Così il rotto $\frac{34}{10}$ equivale a 3 $\frac{4}{10}$; il rotto $\frac{2374}{100}$ equivale a 23 $\frac{74}{100}$. Se finalmente il numero de' zeri del denominatore eccederà quello de' caratteri del numeratore di 1, o di 2, o di 3, ec. unità; mancheranno allora nel rotto le parti decime, o le decime, e centeſime, o le decime, centeſime, e milleſime, ec. Onde ſe sì fatti caratteri mancanti ſaranno ſuppliti co' zeri, ſi potrà allora ogni rotto decimale ſcrivere ſenza denominatore, e trattare come intero; perchè è già noto in tal modo che, procedendo da ſiniſtra a deſtra, il primo carattere diſegna parti decime, il ſecondo cen-

centesime, il terzo millesime; e così procedendo innanzi.

AVVERTIMENTO.

90. Si noti che appresso scriveremo sempre i decimali senza i loro denominatori; e che, per distinguerli dagl' interi, metteremo sempre tra l' intero, e 'l rotto decimale un punto; anzi, se non vi sarà intero alcuno, metteremo in suo luogo un zero. Così in vece di $135 \frac{4678}{10000}$ scriveremo 135. 4678; in vece di $243 \frac{53}{1000000}$ scriveremo 243. 000053, aggiugnendovi dopo il punto quattro zeri, per denotare che mancano le parti decime, centesime, millesime, e diecimillesime; e in vece di $\frac{3554}{1000000}$ scriveremo 0. 003554, ec..

COROLLARIO IV.

91. Per profferire dunque qualunque rotto decimale, bisogna supporvi sempre un denominatore decimale con tanti zeri, quanti sono i caratteri del rotto da profferire. Onde il rotto 0. 02345 si profferisce dicendo: *duemila trecento quarantacinque centomillesime*, essendo 100000 il denominatore da supporvi.

COROLLARIO V.

92. In oltre, se agli caratteri di qualunque decimale, per esempio di 0. 23, s'aggiugneranno uno, o più zeri a destra; il rotto, che nascerà, 0.230, ovvero 0. 2300, ec. sarà dell'istesso valore del primo; perchè sempre conterrà due decimi, e tre centesimi. Quindi agli caratteri di qualunque decimale, senza cambiarne il valore, si possono a destra aggiugnere quanti zeri si vogliono.

COROLLARIO VI.

93. Finalmente crescendo per ragione di luogo i caratteri decimali da destra a sinistra per decine, e continuandosi una sì fatta ragione di crescere, procedendo dalli decimali agl' interi: è chiaro che si possono come interi calcolare e i soli decimali, e gl' interi uniti co' decimali.

PROBL. XXII.

94. *Sommare più numeri, che sieno o interi uniti con decimali, o puri decimali.*

So-

SOLUZIONE.

1. Si ſcrivano i numeri l' uno ſotto l'altro in modo, che corriſpondano negl' interi, ſe vi ſono, le unità alle unità, le decine alle decine, le centinaja alle centinaja, ec., e ne' decimali le parti decime alle decime, le centeſime alle centeſime, le milleſime alle milleſime, ec..

2. Si faccia l' addizione, come ſe i numeri foſſero puri interi.

La ſomma, che s'avrà, meſſo il punto a ſiniſtra del carattere, che ſi nota, per la ſomma delle parti decime, ſarà la ſomma cercata.

ESEMPIO I.

	432	.	936859
	25	.	7483
	146	.	12421
	7	.	0024
	34	.	27
Som.	646	.	081769.

ESEMPIO II.

0	.	21
0	.	4798

0 . 8375
0 . 598

Som. 2 . 1253 .

PROBL. XXIII.

95. *Sottrarre un numero minore da un maggiore, qualora sì fatti numeri sono o interi uniti co' rotti decimali, o puri decimali.*

SOLUZIONE.

Si scriva prima il numero minore sotto il maggiore, come nell' addizione; e indi si faccia la sottrazione, come se fossero puri interi.

Ciò, che s'avrà, posto il punto a sinistra del residuo delle parti decime, sarà il residuo cercato.

ESEMPIO I.

431 . 21400
81 . 47859 sott.

Res. 349 . 73541 .

ESEM-

ESEMPIO II.

	83	. 000000	
	25	. 474985	sott.
Res.	57	. 525015.	

ESEMPIO III.

	0	. 0835100	
	0	. 0798456	sott.
Res.	0	. 0036644.	

PROBL. XXIV.

96. *Moltiplicare due numeri, che sieno o ambidue interi uniti con decimali, o ambidue puri decimali, o un' intero, e l' altro o intero unito con decimale, o puro decimale.*

SOLUZIONE.

Si faccia la moltiplicazione, come se i numeri fossero puri interi. Il prodotto, che s' avrà, separatine tanti caratteri decimali, quanti ve ne saranno in ambidue i fattori, sarà il prodotto cercato.

ESEM-

ESEMPIO I.

32 . 457
4 . 23 molt.

97371
64914
129828

Prodot. 137 . 29311.

ESEMPIO II.

0 . 000056
43 molt.

168
224

Prodot. 0 . 002408.

ESEMPIO III.

0 . 0485
0 . 0086 molt.

2910
3880

Prodot. 0 . 00041710.

DI.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè il moltiplicare 3. 25 per esempio per 2. 181; essendo 3. 25 uguale a $\frac{325}{100}$, e 2. 181 uguale a $\frac{2181}{1000}$, è l'istesso, che moltiplicare $\frac{325}{100}$ per $\frac{2181}{1000}$. Onde il prodotto deve essere il rotto, che ha per numeratore ciò, che nasce, moltiplicando 325 per 2181, e per denominatore ciò, che nasce, moltiplicando 100 per 1000, o sia 100000. Per la qual cosa il prodotto deve essere il numero, che nasce, moltiplicando 3. 25 per 2. 181, come se fossero puri interi, separatine tanti carattèri decimali, quanti ve ne sono ne' fattori. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

P R O B L. XXV.

97. Dati due numeri, che sieno ambidue interi uniti con decimali, o uno di essi sia intero, e l'altro decimale puro, o unito con intero; dividere uno di essi per l'altro.

Soluzione.

1. Si faccia la divisione, come se il dividendo, e'l divisore fossero ambidue puri interi.
2. Si separino dal quoziente tanti caratteri decimali, quanti ne dinota l'eccesso del numero, che di essi ne contiene il dividendo, sopra quello, che ne contiene il divisore.

3.

3. Se un sì fatto eccesso non si ha, o il quoziente non è esatto; s' aggiungano allora de' zeri a destra de' decimali del dividendo, o si mettano de' zeri ne' luoghi de' caratteri decimali, se nel dividendo mancano, e si prosegua innanzi la divisione; finchè, fatta nel quoziente la separazione de' caratteri decimali del modo già detto, si conosca d' essersi giunto a parti sì picciole, che di altre più picciole di esse non è da tenerne conto.

Ciò, che si ha, è il quoziente esatto, o il quoziente, che si può prendere per l' esatto senza errore sensibile.

ESEMPIO I.

Divid. 137 . 29311

1269

Divis. 4 . 23   1039

846

Quoz. 32 . 457

1933

1692

2411

2115

2961

2961

0000.

ESEM-

ESEMPIO II.

Divid. 0. 000853750

```
Divid.  0. 000853750
                  75
                 ---
                 103
                  75
                 ---
Divis. 0. 00075  287
       --------  225
Quoz.  1. 1383   ---
                  625
                  600
                  ---
                   250
                   225
                   ---
                    25.
```

ESEM-

ESEMPIO III.

```
          Divid. 531 . 0000000
                         ......
                 518
                 ---
                 130
                  74
                 ---
Divis. 0 . 074   560
       -------   518
Quoz.  7175. 6756 ---
                  420
                  370
                  ---
                   500
                   444
                   ---
                    560
                    518
                    ---
                     420
                     370
                     ---
                      500
                      444
                      ---
                       56.
```

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè il dividere per esempio 3. 1456 per 2. 18, essendo 3. 1456 uguale a $\frac{31456}{10000}$, e conseguentemente a $\frac{314560}{100000}$, o a

a $\frac{3145600}{1000000}$, ec., e 2. 18 uguale a $\frac{218}{100}$, è l'istesso, che dividere $\frac{31456}{10000}$, o $\frac{314560}{100000}$, o $\frac{3145600}{1000000}$, ec. per $\frac{218}{100}$. Onde il quoziente deve essere quello, che nasce, dividendo 31456, o 314560, o 3145600, ec. per 218, separatine tanti caratteri decimali, quanti ne dinota l' eccesso del numero de' zeri del denominatore 10000, o 100000, o 1000000, ec. sul numero de' zeri del denominatore 100, o quanti ne dinota l' eccesso del numero de' caratteri decimali del dividendo, su quello de' caratteri decimali del divisore. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO I.

98. Si noti che nelle divisioni de' decimali si tralascia sempre l' ultimo residuo, quand' occorre, come s' è fatto nel secondo, e terzo esempio; purchè si prosegua tanto innanzi la divisione, aggiugnendovi prima quanti zeri aggiugner conviene al dividendo, che l' errore del quoziente trovato dal vero sia da non doverne tener conto. Il che si deve regolare, secondo la grandezza dell' unità, a cui si riferiscono i decimali del quoziente.

COROLLARIO.

99. Se il numeratore di qualunque rotto comune ſi dividerà pel ſuo denominatore, aggiugnendovi prima ne' luoghi de' decimali del dividendo quanti zeri ſi ſtimerà conveniente; s' avrà in tal modo il rotto comune trasformato in rotto decimale. Così $\frac{2}{3}$ ſi riduce a 0. *66666*. Similmente $\frac{3}{583}$ ſi riduce a 0. 00514.

AVVERTIMENTO II.

100. Si noti che, avendo inſegnato sì il modo di ridurre ogni rotto di rotto a rotto ſemplice, che il modo di ridurre ogni rotto ſemplice a rotto decimale, s' è nel tempo iſteſſo inſegnato il modo di fare il calcolo delle grandezze co' ſoli interi, e co' rotti decimali, che ſi trattano pure come interi; e così evitare la noja di mettere a calcolo i rotti comuni. De' decimali ſi fa uſo grande nelle ſcienze matematiche, e niente nel calcolo delle monete, e miſure, pel motivo addotto, quando s' è parlato de' numeri denominati.

CAP.

CAP. V.

Delle composizioni del Quadrato, e del Cubo de' numeri, e delle radici quadrate, e cubiche.

DEFINIZIONE I.

101. Si dice *Quadrato* d' un numero il prodotto, che si ha, moltiplicando sì fatto numero per se medesimo. Si dice poi *Cubo* d' un numero il prodotto, che nasce, moltiplicando l' istesso numero pel suo quadrato.

Così del 2 il quadrato è il 4, perchè il 2 moltiplicato pel 2 dà il 4; il cubo poi è 8, perchè il 2 moltiplicato pel suo quadrato 4 dà l' 8.

DEFINIZIONE II.

102. Ogni numero per rispetto del suo quadrato si dice *Radice quadrata*, e per rispetto del suo cubo si chiama *Radice cubica*.

Così il 2 per rispetto del suo quadrato 4 si dice radice quadrata, e per rispetto del suo cubo 8 si chiama radice cubica.

DEFINIZIONE III.

103. L' *innalzare un numero a quadrato*, *o a cubo* è l' isteſſo, che trovare di sì fatto numero il ſuo quadrato, o il ſuo cubo, Similmente l' *eſtrarre da un numero la radice quadrata*, *o cubica* è l' isteſſo, che trovare di sì fatto numero la ſua radice quadrata o cubica,

AVVERTIMENTO I.

104. Ancorchè ſia coſa facile l' innalzare qualunque numero a quadrato, e a cubo; perchè a quadrato s' innalza moltiplicandolo per ſe ſteſſo, e a cubo moltiplicandolo pel ſuo quadrato: nondimeno l'eſtrarre da qualunque numero la ſua radice quadrata, o cubica non è coſa sì agevole: anzi non ſi può intendere il come ſi deve procedere in sì fatte operazioni, ſe prima non ſi ha una perfetta conoſcenza delle compoſizioni del quadrato, e del cubo, e della diſpoſizione delle loro parti componenti. Perciò, per procedere con chiarezza, in queſto capo eſamineremo le compoſizioni del quadrato, e del cubo, e la diſpoſizione delle loro parti componenti, e nel capo ſeguente tratteremo del modo d' eſtrarre da qualunque numero la radice sì quadrata, che cubica.

AV-

AVVERTIMENTO II.

105. Si noti che l'esame delle dette composizioni suppone che far si sappiano i quadrati, e i cubi de'numeri semplici coll'ajuto della moltiplicazione. Così de' numeri semplici 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 i quadrati sono 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, e i cubi 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729. E si noti altresì che sapendo fare i quadrati, e i cubi de' numeri semplici, si sanno fare ancora i quadrati, e i cubi de' numeri composti da un solo carattere significativo, e da zeri. Poichè il quadrato d'un sì fatto numero si ha aggiugnendo al quadrato del carattere significativo il doppio de' zeri, che ha il numero, e 'l cubo aggiugnendo al cubo del carattere significativo il triplo de' medesimi zeri. Così, essendo del 2 il quadrato 4, e 'l cubo 8, sarà del 200 il quadrato 40000, e 'l cubo 8000000.

AVVERTIMENTO III.

106. Si noti finalmente che appresso faremo sempre uso, per spiegarci con brevità, di tre segni; cioè del segno =, che s'esprime col vocabolo *uguale*, e dinota essere il numero, che il precede, uguale a quello, che 'l segue; del segno +, che s'espri-

me col vocabolo *più*, e dinota essere i numeri, tra' quali s' intramette, insieme sommati; e finalmente del segno $\times$, che dinota che i numeri, tra' quali si trova, si debbono intendere insieme moltiplicati. Così con $8+2$ si noterà la somma di 8 e 2; con $8+2=10$ si noterà che la somma di 8 e 2 è uguale a 10; e con 5×3 si noterà che il 5 si deve moltiplicare per 3. Premesse tutte queste cose, venghiamo alla composizione del quadrato.

L E M M A.

107. *Il quadrato d'un numero diviso in due parti è uguale alla somma de' quadrati delle due parti, una col prodotto del doppio d' una moltiplicato per l' altra.*

DIMOSTRAZIONE.

Sia il 7 diviso nelle parti 5 e 2. E perchè il 7, preso 7 volte, è uguale al 7 preso 5 volte, unito col 7 preso 2 volte. Dunque $7\times7 = 7\times5 + 7\times2$. E' in oltre il 5, preso 7 volte, uguale al 5 preso 5 volte, unito col 5 preso 2 volte; e 'l 2 preso 7 volte è uguale al 2 preso 5 volte, unito col 2 preso 2 volte. Sicchè il prodotto del 7 moltiplicato per 7 è uguale alla somma de' prodotti, che nascono moltiplicando 5 per 5, 5 per 2, 5 per 2, e 2 per 2. Per la qual cosa

cosa il quadrato del 7 è uguale alla somma de' quadrati delle sue parti 5 e 2, una col prodotto delle istesse parti, due volte preso, ovvero col prodotto del doppio d'una moltiplicato per l'altra. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

108. Essendo 1 il quadrato di 1; e 'l prodotto d'un numero moltiplicato per 1 l'istesso numero: è facile a intendere che, se al quadrato d'un numero s'aggiunga il doppio dell'istesso numero, e 1 di più, si ha il quadrato del numero seguente. Così al 49, quadrato di 7, aggiuntovi il 14, doppio del 7, e 1 di più, si ha 64, quadrato dell' 8.

COROLLARIO II.

109. Quindi, se si vuole una tavola, che contenghi i quadrati di tutti gl' interi, che si hanno fino a 1000, o fino a qualunque altro numero maggiore di 1000, per avere i quadrati di più numeri pronti nel bisogno; si può ella facilmente costruire colla semplice addizione. Imperciocchè, tralasciati i quadrati de' numeri semplici, che si hanno colla moltiplicazione facilmente, se al quadrato del 10, ch'è 100, s'aggiungano il 20, doppio del 10, e 1 di più, s'avrà 121, quadrato dell' 11. Similmente, se a 121 s'ag-

giungono 22, doppio di 11, e 1 di più, s' avrà 144, quadrato del 12. Sicchè, procedendo innanzi a questo modo, s' avrà la detta tavola.

PROBL. XXVI.

110. *Esaminare la composizione del quadrato di qualunque numero composto, e la disposizione delle sue parti.*

SOLUZIONE.

I. Sia il numero composto da due caratteri, per esempio il 34. Si divida egli ne' valori locali de' caratteri componenti, cioè in 30, e 4; s' avrà il quadrato del 34 unendo in una somma il quadrato del 30, il prodotto del doppio di 30 moltiplicato per 4, e 'l quadrato di 4; cioè unendo in una somma i tre seguenti prodotti

$$\begin{array}{r} 30\times30 = 900 \\ 60\times\ 4 = 240 \\ 4\times\ 4 = \ \ 16 \\ \hline \textit{Somma} \quad = 1156. \end{array}$$

E perciò il quadrato di 34 s' avrà unendo in una somma il 9, quadrato del 3, il 24, prodotto del doppio di 3 moltiplicato per 4, e 'l 16, quadrato del 4; scritti però l' uno sot-

ſotto l'altro in modo, che 'l ſeguente avanzi ſempre il precedente d' un luogo a deſtra, come qui ſotto fatto ſi vede

$$\begin{array}{lr} & 9 \\ & 24 \\ & 16 \\ \hline \textit{Somma} & 1156. \end{array}$$

II. Sia in oltre il numero compoſto da tre caratteri, per eſempio il 342. Si divida egli nelle due parti 340, e 2; s'avrà il quadrato di 342 unendo in una ſomma il quadrato di 340, il prodotto del doppio di 340 moltiplicato per 2, e 'l quadrato del 2; cioè unendo in una ſomma i tre ſeguenti prodotti

$$\begin{array}{rcr} 340\times340 & = & 115600 \\ 680\times2 & = & 1360 \\ 2\times2 & = & 4 \\ \hline \textit{Somma} & = & 116964; \end{array}$$

o pure unendo in una ſomma i cinque prodotti, che ſeguono

$$\begin{array}{rcr} 300\times300 & = & 90000 \\ 600\times40 & = & 24000 \\ 40\times40 & = & 1600 \\ 680\times2 & = & 1360 \\ 2\times2 & = & 4 \\ \hline \textit{Somma} & = & 116964. \end{array}$$

E per-

E perciò il quadrato di 342 s'avrà unendo in una somma il 9, quadrato del 3, il 24, prodotto del doppio del 3 moltiplicato per 4, il 16, quadrato del 4, il 136, prodotto del doppio di 34 moltiplicato per 2, e 'l 4, quadrato del 2; scritti però l' uno sotto l'altro in modo, che il seguente avanzi sempre il precedente d'un luogo a destra, come fatto si vede qui sotto

```
9
 24
  16
  136
    4
------
Somma   116964.
```

Dell' istesso modo procedendo si trova che il quadrato di 3425, cioè 11730625, si ha unendo in una somma il 9, quadrato del 3, il 24, prodotto del doppio di 3 moltiplicato per 4, il 16, quadrato del 4, il 136, prodotto del doppio di 34 moltiplicato per 2, il 4, quadrato del 2, il 3420, prodotto del doppio di 342 moltiplicato per 5, e 'l 25, quadrato del 5; scritti pure l' uno sotto l' altro in guisa, che il seguente avanzi sempre il precedente d'un luogo a destra, come qui sotto fatto si vede; e così procedendo innanzi

9
24
16
136
4
3420
25

Somma 11730625.

E' chiaro dunque il modo d' innalzare a quadrato qualunque numero composto. Ed è chiaro altresì che, se i caratteri di qualunque quadrato, per esempio i caratteri di 11730625, quadrato di 3425, si divideranno a due a due, procedendo da destra a sinistra, e ogni classe, dall' ultima in fuori, che può avere anche un solo carattere, si metterà tra due virgole, come fatto si vede qui sotto

11, 73, 06, 25;

si conoscerà delle parti del quadrato la giusta disposizione; la quale disposizione consiste in ciò, che i quadrati de' numeri 3, 34, 342, 3425, cioè d'uno, di due, di tre, di quattro caratteri della radice sono contenuti rispettivamente ne' caratteri del quadrato, che giungono fino a quelli inclusivamente, che sono a sinistra della prima, della seconda, della terza, della quarta virgola; e che i doppj prodotti fatti da 3 per 4, da 34 per

per 2, da 342 per 5 sono contenuti rispettivamente ne' caratteri del quadrato, che giungono fino a quelli inclusivamente, che sono a destra delle medesime dette virgole. Il che ci fa anche conoscere essere il numero de' caratteri della radice, quanto è quello delle classi, nelle quali il quadrato viene diviso.

COROLLARIO I.

111. Quindi, se il numero da innalzare a quadrato è un rotto, come $\frac{32}{45}$ per esempio; perchè si deve moltiplicare $\frac{32}{45}$ per $\frac{32}{45}$, per avere sì fatto quadrato; s'avrà egli trovando separatamente 1024, quadrato del numeratore 32, e 2025, quadrato del denominatore 45. Onde sarà $\frac{1024}{2025}$ il quadrato di $\frac{32}{45}$.

COROLLARIO II.

112. Se poi sarà un'intero unito con un rotto, come $13\frac{2}{3}$; s'avrà il suo quadrato unendo in una somma il 169, quadrato del 13, il $17\frac{1}{3}$, prodotto del doppio del 13 moltiplicato per $\frac{2}{3}$, e $\frac{4}{9}$, quadrato di $\frac{2}{3}$. Onde sarà $186\frac{7}{9}$ il quadrato di $13\frac{2}{3}$.

CO-

COROLLARIO III.

113. Se finalmente sarà rotto decimale, o intero unito con un rotto decimale; il suo quadrato si troverà considerando il numero, come puro intero: però nel quadrato si debbono poi distinguere tanti caratteri decimali, quanti ne disegna il numero, che ne contiene la radice, due volte preso. Così il quadrato di 25 è 625; onde il quadrato di 0. 25 sarà 0. 0625. Similmente il quadrato di 1095 è 1199025; onde il quadrato di 10. 95 sarà 119. 9025.

LEMMA.

114. *Il cubo d' un numero diviso in due parti è uguale alla somma de' cubi delle parti, una col triplo del quadrato della prima moltiplicato per la seconda, e una col triplo del quadrato della seconda moltiplicato per la prima.*

DIMOSTRAZIONE.

Sia per esempio il 7 diviso nelle parti 5, e 2. Essendo il quadrato del 7, cioè 7×7 uguale alla somma de' prodotti, che si hanno con moltiplicare 5 per 5, 5 per 2, 5 per 2, e 2 per 2; sarà il cubo del 7, cioè $7\times7\times7$ uguale alla somma de' prodotti, che

che nascono, moltiplicando 5 per 5 e per 7, 5 per 2 e per 7, 5 per 2 e per 7, 2 per 2 e per 7. Ma sono $5 \times 5 \times 7 = 5 \times 5 \times 5 + 5 \times 5 \times 2$, $5 \times 2 \times 7 = 5 \times 5 \times 2 + 5 \times 2 \times 2$, e $2 \times 2 \times 7 = 5 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2$. Dunque il cubo di 7, cioè $7 \times 7 \times 7$ è uguale alla somma de' prodotti, che si hanno con moltiplicare 5 per 5 e per 5, 5 per 5 e per 2, 5 per 5 e per 2, 5 per 5 e per 2, 5 per 2 e per 2, 5 per 2 e per 2, 5 per 2 e per 2, e 2 per 2 e per 2. Per la qual cosa il cubo d' un numero diviso in due parti è uguale, ec.. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO I.

115. Essendo il cubo di $1 = 1$; ed essendo il prodotto di qualunque numero moltiplicato per l' unità l'istesso numero, che si moltiplica; se al cubo d'un numero s'aggiugnerà il triplo del suo quadrato, il triplo dell' istesso numero, e 1 di più, il numero, che nascerà, sarà il cubo del numero seguente. Così all'8, cubo di 2, aggiunti il 12, triplo del quadrato di 2, il 6, triplo del 2, e 1 di più, si ha il 27, cubo del 3.

CO.

COROLLARIO II.

116. Quindi, se si vuole una tavola, che contenghi i cubi di tutti gl'interi, che si hanno fino a 1000, o a qualunque altro numero maggiore, per avere i cubi di più numeri pronti nel bisogno; si può ella facilmente costruire. Imperciocchè, tralasciati i cubi de' numeri semplici, che si hanno facilmente colla moltiplicazione, se al cubo del 10, ch'è 1000, s'aggiungono il 300, triplo del quadrato di 10, il 30, triplo del 10, e 1 di più, s'avrà 1331, cubo di 11. Similmente se a 1331 s'aggiungono il 363, triplo del quadrato di 11, il 33, triplo di 11, e 1 di più; s'avrà 1728, cubo di 12. Onde, procedendo innanzi a questo modo, s'avrà la detta tavola.

PROBL. XXVII.

117. *Esaminare la composizione del cubo di qualunque numero composto, e la disposizione delle sue parti.*

Soluzione.

I. Sia il numero composto da due caratteri, per esempio il 34. Si divida egli ne' valori locali de' caratteri componenti, cioè in 30, e 4; s'avrà il cubo di 34 unendo

in

in una somma il cubo di 30, il triplo del quadrato di 30 moltiplicato per 4, il triplo del quadrato di 4 moltiplicato per 30, e 'l cubo di 4; cioè unendo in una somma i seguenti prodotti

$$
\begin{aligned}
30\times30\times30 &= 27000\\
2700\times4 &= 10800\\
48\times30 &= 1440\\
4\times4\times4 &= 64\\
\hline
\textit{Somma} &= 39304.
\end{aligned}
$$

E perciò il cubo di 34 s' avrà unendo in una somma il 27, cubo di 3, il 108, triplo del quadrato di 3 moltiplicato per 4, il 144, triplo del quadrato di 4 moltiplicato per 3, e 'l 64, cubo di 4; scritti però l' uno sotto l' altro in modo, che 'l seguente avanzi sempre il precedente d' un luogo a destra, come qui sotto fatto si vede

```
27
 108
  144
    64
--------------
Somma 39304.
```

II. Sia in oltre il numero composto da tre caratteri, per esempio il 342. Si divida egli nelle due parti 340, e 2; s' avrà il cubo di 342 unendo in una somma il cubo

cubo di 340, il triplo del quadrato di 340 moltiplicato per 2, il triplo del quadrato del 2 moltiplicato per 340, e 'l cubo del 2; cioè unendo in una somma i seguenti prodotti

$$
\begin{array}{rcl}
340\times340\times340 & = & 39304000 \\
346800\times2 & = & 693600 \\
12\times340 & = & 4080 \\
2\times2\times2 & = & 8 \\
\hline
\textit{Somma} & = & 40001688;
\end{array}
$$

o pure unendo in una somma i sette seguenti prodotti

$$
\begin{array}{rcl}
300\times300\times300 & = & 27000000 \\
270000\times40 & = & 10800000 \\
4800\times300 & = & 1440000 \\
40\times40\times40 & = & 64000 \\
346800\times2 & = & 693600 \\
12\times340 & = & 4080 \\
2\times2\times2 & = & 8 \\
\hline
\textit{Somma} & = & 40001688.
\end{array}
$$

E perciò il cubo di 342 s' avrà unendo in una somma il 27, cubo del 3, il 108, triplo del quadrato del 3 moltiplicato per 4, il 144, triplo del quadrato del 4 moltiplicato per 3, il 64, cubo del 4, il 6936, triplo del quadrato di 34 moltiplicato per 2, il 408, triplo del quadrato del 2 moltiplicato per 34, e l'8, cubo del 2; scritti però l' uno sotto l' altro in modo,

 che

che 'l ſeguente avanzi ſempre il precedente d'un luogo a deſtra, come qui ſotto fatto ſi vede

27
108
144
64
6936
408
8

Somma 40001688.

Dell'iſteſſo modo procedendo ſi trova che il cubo di 3425, cioè 40177390625, ſi ha unendo in una ſomma il 27, cubo del 3, il 108, triplo del quadrato di 3 moltiplicato per 4, il 144, triplo del quadrato di 4 moltiplicato per 3, il 64, cubo del 4, il 6936, triplo del quadrato di 34 moltiplicato per 2, il 408, triplo del quadrato del 2 moltiplicato per 34, l' 8, cubo del 2, il 1754460, triplo del quadrato di 342 moltiplicato per 5, il 25650, triplo del quadrato di 5 moltiplicato per 342, e 'l 125, cubo del 5; ſcritti pure l' uno ſotto l' altro in guiſa, che 'l ſeguente avanzi ſempre il precedente d' un luogo a deſtra; come qui ſotto ſi vede fatto; e così procedendo innanzi

27
108
144
64
6936
408
8
1754460
25650
125

Somma 40177390625.

E' chiaro dunque il modo d'innalzare a cubo qualunque numero compoſto. Ed è chiaro altresì che, ſe i caratteri di qualunque cubo, per eſempio i caratteri di 40177390625, cubo di 3425, ſi divideranno a tre a tre, procedendo da deſtra a ſiniſtra, e ogni claſſe, dall'ultima in fuori, che può contenere minor numero di caratteri delle altre, ſi metterà tra due virgole, come fatto ſi vede qui ſotto;

40, 177, 390, 625,

ſi conoſcerà delle parti del cubo la giuſta diſpoſizione; la quale diſpoſizione conſiſte in ciò, che i cubi de' numeri 3, 34, 342, 3425, cioè di uno, di due, di tre, di quattro de' caratteri della radice ſono contenuti riſpettivamente ne' caratteri del cubo, che giungono fino a quelli incluſivamente, che ſono a ſiniſtra della prima, della ſeconda,

 del-

della terza, della quarta virgola; e che i tripli de'prodotti fatti dal quadrato del 3 moltiplicato per 4, dal quadrato del 34 moltiplicato per 2, dal quadrato di 342 moltiplicato per 5, sono contenuti rispettivamente ne' caratteri del cubo, che giungono fino a quelli inclusivamente, che sono a destra delle medesime virgole. Il che ci fa anche conoscere essere il numero de' caratteri della radice, quant' è quello delle classi, nelle quali il cubo viene diviso.

COROLLARIO I.

118. Quindi se il numero da innalzare a cubo sarà un rotto, come $\frac{15}{17}$; si avrà sì fatto cubo trovando separatamente il 3375, cubo di 15, e 'l 4913, cubo del 17; onde sarà $\frac{3375}{4913}$ il cubo di $\frac{15}{17}$.

COROLLARIO II.

119. Se poi sarà un intero unito con rotto, come $12\frac{2}{3}$; s'avrà allora il suo cubo unendo in una somma il 1728, cubo del 12, il 288, triplo del quadrato di 12 moltiplicato per $\frac{2}{3}$, il 16, triplo del quadrato di $\frac{2}{3}$ moltiplicato per 12, e $\frac{8}{27}$, cubo di $\frac{2}{3}$. Sicchè il cubo di $12\frac{2}{3}$ è $= 2032\frac{8}{27}$.

CO-

COROLLARIO III.

120. Se finalmente sarà rotto decimale, o intero unito con un rotto decimale; il suo cubo s' avrà considerando il numero, come puro intero: però nel cubo si debbono poi distinguere tanti caratteri decimali, quanti ne disegna il numero, che ne contiene la radice, tre volte preso, Così il cubo di 25 è 15625; onde il cubo di 0. 25 sarà 0. 015625. Similmente il cubo di 32 è 32768; onde il cubo di 3. 2 sarà 32. 768.

COROLLARIO GENERALE.

121. Sicchè, se si avrà di qualunque numero, per esempio di 3425, il quadrato, o'l cubo; dividendo sì fatto quadrato, o cubo in classi, secondo s' è detto; il numero delle classi denoterà il numero de' caratteri della radice quadrata, o cubica; l' ultima classe racchiuderà il quadrato, o'l cubo dell'ultimo carattere 3 della radice; e, se da tale classe si toglierà il quadrato, o il cubo del 3, il residuo, postoli a destra l' ultimo carattere della penultima classe, conterrà il prodotto del doppio del 3 moltiplicato per 4, o del triplo del quadrato del 3 moltiplicato pure per 4. Similmente le due ultime classi racchiuderanno il qua-

drato, o il cubo del 34; e, se da tali classi si toglierà il quadrato, o'l cubo del 34, il residuo, postoli a destra l'ultimo carattere dell'antepenultima classe, conterrà il prodotto del doppio di 34 moltiplicato per 2, o del triplo del quadrato di 34 moltiplicato pure per 2. Così ancora le tre ultime classi conterranno il quadrato, o il cubo di 342; e, se da tali classi si toglierà il quadrato, o'l cubo di 342, il residuo, postoli a destra l'ultimo carattere dell'altra classe, che segue, conterrà il prodotto del doppio di 342 moltiplicato per 5, o del triplo del quadrato di 342 moltiplicato pure per 5. Finalmente le quattro classi conterranno il quadrato, o 'l cubo di tutta la radice 3425; e così procedendo innanzi, se la radice sarà composta da più caratteri.

AVVERTIMENTO.

122. Si noti che, ancorchè ogni numero si possa innalzare a quadrato, e a cubo, non ogni numero però è quadrato, o cubo d'altro numero. Così de' numeri 1, 2, 3, 4, ec. i quadrati sono 1, 4, 9, 16, ec.. Onde gl'interi, che tramezzano tra questi quadrati, non sono quadrati d'altri interi, non essendovi interi, che tramezzano tra 1, 2, 3, 4, ec.; anzi neppure sono quadrati di numeri composti da interi, e rotti; perchè i quadrati di cotali numeri non so-

no

no mai puri interi, ma sempre composti da interi, e rotti, come è manifesto per gli esempj addotti. Sicchè de' numeri altri sono quadrati, e cubi d'altri numeri, e altri no; e perciò altri hanno radici quadrate, e cubiche vere, ed esatte, e altri non ne hanno punto. Intanto, non potendosi de' numeri, che non sono quadrati, e cubi d'altri, avere radici quadrate, e cubiche vere, ed esatte, si prendono di essi per radici quadrate, e cubiche quelle de' quadrati, e cubi, che il più di tutti loro s'avvicinano, senza eccederli; e sì fatte radici si dicono *radici prossime*. Così del 7, che non ha radice quadrata esatta, si prende per radice prossima il 2; perchè il quadrato del 2 è il 4, ch'è 'l più che s'avvicina al 7, senza eccederlo. Similmente del 58 la radice cubica prossima è il 3; perchè il cubo del 3 è il cubo, che più s'avvicina al 58, senza eccederlo. Però le radici prossime si possono coll'ajuto de' decimali approssimare alle vere a segno, che l' errore divenghi finalmente assai poco sensibile. Per la qual cosa è necessario insegnare non solamente il modo d'estrarre da qualunque numero sì intero, che rotto la radice quadrata, e cubica, esatta o prossima ch' ella sia; ma ben anche il modo di rendere vie più prossime alle vere quelle, che non sono esatte. Perciò sia il

CAP. VI.

Dell'estrazioni delle radici quadrate, e cubiche.

PROBL. XXVIII.

123. *Da un numero intero qualunque dato estrarre la radice sì quadrata, che cubica.*

SOLUZIONE.

Due casi possono occorrere; o i caratteri del numero, di cui si vuole la radice, non sono più di due, se si tratta della radice quadrata, o più di tre, se si tratta della radice cubica, o oltrepassano tali numeri. Nel

CASO I.

Il numero semplice, il cui quadrato, o cubo è uguale al numero dato, o è sì prossimo, che 'l quadrato, o cubo del numero prossimamente maggiore eccede l'istesso numero dato, è la radice vera, o la prossima cercata. Nel

Caso II.

Si divida il numero dato, procedendo da deſtra a ſiniſtra, in claſſi, ognuna delle quali contenghi due caratteri, ſe ſi cerca la radice quadrata, o tre, ſe ſi cerca la cubica, eccetto l'ultima, che dee contenerne quanti ne avanzano dalle altre claſſi intere; e tra una claſſe, e l' altra ſi metta una virgola. Il numero delle claſſi diſegnerà il numero de'caratteri della radice cercata (§121). Per avere poi i caratteri della radice, ſi proceda, come ſegue; cioè

Per avere l' ultimo.

S'eſtragga la radice quadrata, o cubica, che ſi deſidera, dall'ultima claſſe, come ſe altre claſſi non vi foſſero. Una sì fatta radice ſarà l' ultimo de' caratteri della radice cercata.

Per avere il penultimo.

1. S' innalzi il carattere trovato a quadrato, o cubo, ſecondochè ſi cerca la radice quadrata, o cubica; e sì fatto quadrato, o cubo ſi ſottragga dall' ultima claſſe, e ſi noti il reſiduo.

2. A deſtra del reſiduo trovato ſi ſcriva l' ultimo carattere della penultima claſ-

ſe;

se; e si ha un numero, che per chiarezza chiamo il *primo dividendo*.

3. Si moltiplichi per 2 il carattere trovato, o per 3 il suo quadrato, secondochè si cerca la radice quadrata, o cubica; e 'l prodotto, che per chiarezza chiamo il *primo divisore*, si scriva a sinistra del primo dividendo.

4. Si divida il primo dividendo pel primo divisore. Il quoziente sarà il penultimo carattere della radice, se il quadrato, o 'l cubo del numero composto dal carattere ultimo della radice, già prima trovato, e dal quoziente avuto si potrà sottrarre dalle due ultime classi del numero dato: altrimenti si diminuirà il detto quoziente d'una, o più unità, finchè il quadrato, o cubo del numero composto dall' ultimo carattere della radice, e dal quoziente diminuito si potrà sottrarre dalle dette due ultime classi. Il quoziente così diminuito sarà il carattere penultimo della radice cercata.

Per avere l'altro carattere.

1. S'innalzi il numero composto dagli due caratteri trovati a quadrato, o cubo, secondochè si cerca la radice quadrata, o cubica; e sì fatto quadrato, o cubo si sottragga dalle due ultime classi del numero dato; e si noti il residuo.

2. A

2. A destra di sì fatto residuo si scriva l'ultimo carattere della classe, che segue a destra delle due ultime; e si ha un numero, che per chiarezza chiamo il *secondo dividendo*.

3. Si moltiplichi per 2 il numero composto dalli due caratteri trovati della radice, o per 3 il suo quadrato, secondochè si cerca la radice quadrata, o cubica; e 'l prodotto, che per chiarezza chiamo *secondo divisore*, si scriva a sinistra del secondo dividendo.

4. Si divida il secondo dividendo pel secondo divisore. Il quoziente sarà il carattere cercato della radice, se il quadrato, o il cubo del numero composto dalli due primi caratteri della radice, già trovati, e dal quoziente avuto nella seconda divisione si potrà sottrarre dalle tre ultime classi del numero dato: altrimenti si diminuirà il detto quoziente d'una, o più unità, finchè il quadrato, o cubo del numero composto dalli due ultimi caratteri, già prima trovati della radice, e dal quoziente diminuito si potrà sottrarre dalle dette ultime tre classi. Il quoziente così diminuito sarà l'altro carattere della radice cercata.

Dell'istesso modo procedendo innanzi si troveranno successivamente gli altri caratteri della radice, se da più caratteri sarà ella composta; e sarà esatta la radice, o prossima, se, innalzata a quadrato, o cubo, s'avrà

s'avrà l'istesso numero dato, o un numero minore del dato.

La ragione di ciò è chiara pel § 121.

ESEMPIO I.

Sia da estrarsi la radice quadrata da 5394-9025.

	53,94,90,25	Radice (7345)
	49	
	——	
14	=49	
	5329	
	——	
146	=659	
	538756	
	——	
1468	= 7342	
	53 94 90 25	
	——	
	00 00 00 00	

SPIEGAZIONE.

I. *Si divida il numero in quattro classi, ognuna di due caratteri.* II. *S' estragga dalla quarta classe, cioè dal* 53 *la sua radice quadrata prossima* 7; *sarà il* 7 *il quarto carattere della radice cercata, che si noterà nel luogo della radice.* III. *Sotto il* 53 *si scriva* 49, *quadrato del* 7; *e, fattane la sottrazione, si noti il residuo* 4, *e a destra del* 4 *si scriva il* 9, *secondo carattere della terza classe, per avere*

re il primo dividendo 49. IV. *A sinistra del primo dividendo si scriva il primo divisore* 14, *prodotto del* 7 *moltiplicato pel* 2; *e, diviso il* 49 *per* 14, *il quoziente si noti a destra del* 7 *nella radice*. V. *Sotto il* 49 *si scriva* 5329, *quadrato del* 73, *e si sottragga dalle due ultime classi, cioè da* 5394; *e a destra del residuo* 65 *si scriva il* 9, *secondo carattere della seconda classe, per avere il dividendo secondo* 659. VI. *A sinistra del dividendo secondo si noti il secondo divisore* 146, *prodotto del* 73 *moltiplicato per* 2; *e, diviso il secondo dividendo pel secondo divisore, il quoziente* 4 *si noti a destra del* 73 *nella radice*. VII. *Sotto il* 659 *si scriva* 538756, *quadrato del* 734, *e si sottragga dalle tre ultime classi, cioè da* 539490; *e a destra del residuo* 734 *si scriva il* 2, *secondo carattere della prima classe, per avere il terzo dividendo*. VIII. *A sinistra del terzo dividendo si scriva il terzo divisore* 1468, *prodotto del* 734 *moltiplicato per* 2; *e, diviso il terzo dividendo pel terzo divisore, il quoziente* 5 *si noti a destra del* 734 *nella radice*. IX. *Finalmente si scriva sotto a* 7342 *il* 53949025, *quadrato di* 7345, *e si sottragga dall'intero numero dato; e, perchè il residuo è nullo, sarà* 7345 *la radice esatta del numero* 53949025.

ESEM-

ESEMPIO II.

Sia da estrarsi la radice quadrata da 7540028.

	7,54,00,28	Radice (2745)
	4	
4	35	
	729	
54	= 250	
	75076	
548	= 3242	
	75 3 50 25	
	= 5003	

Fatta l'operazione, come nell'esempio precedente, si trova di 7540028 la radice prossima essere 2745, e 'l residuo 5003.

ESEMPIO III.

Sia da estrarsi la radice cubica da 129554216.

	129,554,216	Radice (506)
	125	
75	= 45	
	125000	
7500	= 45542	
	129 554 216	
	000 000 000	

SPIE-

Spiegazione.

I. *Si divida il numero proposto in classi, procedendo da destra a sinistra, e ognuna sia di tre caratteri*. II. *S' estragga dall' ultima classe* 129 *la radice cubica* 5, *e si noti nel luogo della radice il* 5. III. *Si scriva sotto* 129 *il* 125, *cubo del* 5, *e si sottragga*; *e a destra del residuo* 4 *si noti il* 5, *terzo carattere della seconda classe, per avere il primo dividendo* 45. IV. *A sinistra del dividendo* 45 *si noti il primo divisore* 75, *prodotto del quadrato della radice* 5 *moltiplicato per* 3; *e, diviso il primo dividendo* 45 *pel primo divisore* 75, *il quoziente zero si noti nella radice a destra del* 5. V. *Sotto il* 45 *si scriva* 125000, *cubo del* 50, *e si sottragga dalle due ultime classi, cioè da* 129554; *e a destra del residuo* 4554 *si scriva il* 2, *terzo carattere della prima classe, per avere il secondo dividendo*. VI. *A sinistra del secondo dividendo si scriva il secondo divisore* 7500, *prodotto del quadrato di* 50 *moltiplicato per* 3; *e, fattane la divisione, il quoziente* 6 *si noti nella radice a destra del* 50. VII. *Finalmente sotto il* 45542 *si scriva* 129554216, *cubo del* 506, *e si sottragga dall' intero numero proposto. Il residuo zero dinota essere* 506 *la radice cubica esatta, che si cerca*.

ESEM-

ESEMPIO IV.

Sia da estrarsi la radice cubica da 69580210.

	69, 580, 210	Radice (411)
	64	
48	= 55	
	68921	
5043	= 6592	
	69426531	
	= 153679	

Fatta l'operazione, come nell'esempio precedente, si trova di 69580210 la radice cubica prossima essere 411, e 'l residuo 153679.

PROBL. XXIX.

124. *Da un rotto vero estrarre la radice quadrata, e cubica.*

SOLUZIONE.

O il rotto è rotto decimale, o no. Nel

CASO I.

1. Si divida il rotto dato, come se fosse intero, nelle classi, nelle quali dividere si

si deve; procedendo però da sinistra a destra: e se l'ultima classe a destra non avrà tutt'i caratteri, che convengono a ognuna di esse, si supplischino co' zeri i caratteri mancanti.

2. S' estragga la radice quadrata, o cubica, che si vuole, come se il numero fosse intero.

La radice, che s'avrà, assignandole tanti caratteri decimali, quanti ne disegnano le classi, nelle quali è stato diviso il rotto, sarà la radice cercata. Nel

CASO II.

S'estragga la radice cercata sì dal numeratore, che dal denominatore. Il rotto, formato da sì fatte radici, sarà il rotto cercato. O pure, se il rotto non è quadrato, o cubo, si riduca egli prima in rotto decimale, e poscia se ne determini la radice, che si vuole, come nel caso primo.

ESEMPIO I.

Sia da estrarsi la radice quadrata da 0.00002601.

	0.00,00,26,01	Radice (0. 0051)
	25	
	———	
10	= 10	
	2601	
	———	
	0000	

ESEMPIO II.

Sia da estrarsi la radice cubica da 0. 0000635158.

	0.000,063,515,800	Radice(0.0398)
	27	
27	———	
	365	
	59319	
	———	
4563	= 41968	
	63044792	
	———	
	= 471008	

ESEMPIO III.

Sia da estrarsi la radice quadrata da $\frac{25}{169}$.

Essendo le radici quadrate di $25 = 5$, e di $169 = 13$; sarà la radice quadrata di $\frac{25}{169} = \frac{5}{13}$.

ESEM-

ESEMPIO IV.

Sia da estrarsi la radice quadrata da $\frac{2}{3}$.

Non essendo $\frac{2}{3}$ un quadrato, si riduca al rotto decimale o. *66* . E perchè la radice quadrata prossima di o. *66* è = o. 8 ; perciò la radice quadrata prossima di $\frac{2}{3}$ sarà o. 8.

COROLLARIO.

125. Essendo $\frac{2}{3}$ = o. *666666* a un di presso , la cui radice quadrata prossima è o. *816* ; sarà anchè o. *816* la radice quadrata di $\frac{2}{3}$, ch' è più prossima alla vera della precedente . Sicchè quant' è maggiore il numero de' caratteri decimali , ne' quali si riduce il rotto , tanto più prossima alla vera è la radice , che se n'estrae . E' chiaro dunque il modo di rendere la radice prossima d'un rotto vero più , e più prossima alla vera coll'ajuto de' decimali . Ed è chiaro altresì che la radice prossima d' un rotto decimale si può rendere sempre più prossima alla vera , con aggiugnere de'zeri al rotto , e continuare l'estrazione , finchè l'errore divenghi insensibile.

PROBL. XXX.

126. *Rendere qualsivoglia radice quadrata, o cubica proſſima d' un' intero alla vera più proſſima coll' ajuto de' decimali.*

SOLUZIONE.

Eſtratta già la radice proſſima cercata dal numero dato del modo inſegnato, ſi ſegua innanzi l' operazione, aggiugnendovi prima al numero dato nel luogo de' caratteri decimali tante altre claſſi, compoſte da zeri, quante ne dinotano i caratteri decimali, che ſi vogliono aggiugnere alla radice trovata, per renderla alla vera più proſſima. La radice, che s' avrà, ſarà alla vera più proſſima, e tanto più proſſima, quanto maggiore ſarà il numero de' ſuoi caratteri decimali trovati.

ESEMPIO I.

Sia da trovarsi la radice quadrata proſſima di 345, e renderla alla vera più proſſima.

3,45.

	3,45.00,00,00	Radice (18. 574)
	1	
2	24	
	324	
36	= 21. 0	
	342. 25	
37. 0	= 2.750	
	344.8 449	
37. 14	= 0. 15510	
	544. 993476	
	0.006523	

ESEMPIO II.

Sia da trovarsi la radice cubica prossima di 21, e renderla alla vera più prossima.

	21. 000,000,000	Radice(2.758)
	8	
12	13.0	
	19. 683	
21. 87	= 1. 3170	
	20. 796875	
22. 6874	0. 2031250	
	20. 978903512	
	0. 021096488	

PROBL. XXXI.

127. *Estrarre la radice quadrata, o cubica da qualunque intero unito con qualsisia rotto.*

SOLUZIONE.

O il rotto è rotto decimale, o no. Nel

CASO I.

1. Si divida in classi del modo già insegnato sì l' intero, che il rotto; però in quello si proceda da destra a sinistra, e in questo da sinistra a destra; e se l' ultima classe del rotto non avrà tutt' i caratteri necessarj, si supplischino co' zeri i caratteri mancanti.

2. S' estragga la radice cercata, come se il numero fosse tutt' intero.

La radice trovata, separatine tanti caratteri decimali, quanti ne disegnano le classi distinte nel rotto, sarà la radice cercata; la quale radice, se sarà prossima, si potrà rendere di vantaggio più prossima del modo già insegnato. Nel

CASO II.

Si riduca prima l'intero, e'l rotto a un solo rotto; e poscia s'estragga la radice cercata

cata sì dal numeratore, che dal denominatore, se saranno quadrati, o cubi perfetti. Il rotto, che nascerà da sì fatte radici, sarà la radice cercata. Se poi l'intero, e 'l rotto non sono quadrati, o cubi perfetti; si riduca prima il rotto a rotto decimale; e poscia dall' intero unito col rotto decimale s' estragga la radice cercata, come s'è detto nel caso primo.

ESEMPIO I.

Sia da estrarsi la radice quadrata da 137. 254.

	1,37. 25,40	Radice (11.71)
	1	
2	03	
	121	
22	= 162	
	136. 89	
23. 4	= 0. 364	
	137. 1241	
	= 0. 12,99	

ESEMPIO II.

Sia da estrarsi la radice quadrata da $5980\frac{4}{9}$.
Essendo $5980\frac{4}{9} = \frac{53824}{9}$; ed essendo le radici quadrate di $53824 = 232$, e di $9 =$

$= 3$; sarà la radice quadrata di $5980 \frac{4}{9} = \frac{232}{3} = 77 \frac{1}{3}$.

ESEMPIO III.

Sia da estrarsi la radice cubica da $17 \frac{3}{7}$.

Non essendo $17 \frac{3}{7}$ numero cubico; si riduca prima a 17. 428571, e poscia si operi, come qui sotto.

	17.428, 571	Radice (2. 59)
	8	
12	9. 4	
	15. 625	
18.75	1. 8035	
	17. 373979	
	0. 054592	

AVVERTIMENTO.

128. Esposto fin qui il calcolo aritmetico, ragion vuole che si tratti ora del suo uso. Intanto, perchè l'uso del detto calcolo non si può intendere, senza prima sapere la dottrina delle ragioni, e proporzioni; prima esporremo la dottrina delle ragioni, e proporzioni, per quanto l'uso del calcolo aritmetico esige, e poscia verremo al detto uso.

CAP.

CAP. VII.

Delle Ragioni, e Proporzioni.

DEFINIZIONE I.

129. *Ragione* si dice il paragone di due grandezze dell'istesso genere, fatto circa la di loro quantità. Le due grandezze si dicono in generale *termini* della ragione; e in ispezialità si dicono la prima *Antecedente*, e l'altra *Conseguente*.

AVVERTIMENTO I.

130. Si noti che, contrassegnandosi nell' Aritmetica le grandezze co' numeri, la ragione di due grandezze in Aritmetica s'esprime paragonando i numeri, che le contrassegnano. E si noti altresì che tra l'antecedente, e 'l conseguente d'ogni ragione s'intramettono due punti. Così, se due grandezze dell'istesso genere vengono contrassegnate da 6 e 2, si dirà essere la di loro ragione di *6*: 2, cioè di *6* a 2. L'antecedente di questa ragione è il *6*, e 'l conseguente il 2.

AV.

AVVERTIMENTO II.

131. Si noti ancora che in due maniere due grandezze omogenee si possono paragonare circa la di loro grandezza; o osservando quante volte l'una contiene l'altra, o osservando di quanto l'una avanza l'altra. Quindi è derivata la distinzione della ragione in *Ragione geometrica*, e in *Ragione aritmetica*.

DEFINIZIONE II.

132. La ragione si dice *Geometrica*, se le grandezze si paragonano osservando quante volte l'antecedente contiene il conseguente; si dice poi *Aritmetica*, se il paragone si fa osservando di quanto l'antecedente eccede il conseguente.

DEFINIZIONE III.

133. *Quantità*, *Esponente*, o *Denominatore* della ragione si dice nella geometrica il numero, ch'esprime quante volte l'antecedente contiene il conseguente, è nell'aritmetica la differenza del conseguente dall'antecedente.

Così se le ragioni di 6 : 2, *di* 20 : 5, *di* 3 : 7 *saranno geometriche, le di loro quantità saranno* $\frac{6}{2}$, $\frac{20}{5}$, $\frac{3}{7}$, *ec.*, *ovvero* 3, 4, $\frac{3}{7}$, *ec.*

ec. . Se poi le ragioni di 5 : 3 , di 9 : 6 , di 13 : 8 , ec. saranno aritmetiche, le di loro quantità saranno 2 , 3 , 5 , ec. .

COROLLARIO.

134. Essendo la quantità della ragione geometrica un rotto , che ha per numeratore l' antecedente , e per denominatore il conseguente : è chiaro che la quantità di qualunque ragione geometrica non si muta con moltiplicare , o dividere sì l'antecedente , che 'l conseguente per qualsisia numero (§§55, e 56).

DEFINIZIONE IV.

135. Due ragioni , geometriche o aritmetiche che sieno, si dicono *uguali* , se uguali sono le di loro quantità.

Così le ragioni geometriche di 20 : 5 , e di 8 : 2 sono uguali , perchè la quantità d'ambedue è 4 . Similmente uguali sono le ragioni aritmetiche di 7 : 4 , e di 13 : 10 , perchè in ambedue la quantità è 3 .

COROLLARIO.

136. Sicchè, se due ragioni geometriche sono uguali , uguali resteranno ancora , ancorchè i termini d'una sieno moltiplicati , o divisi per un' istesso numero .

DE

DEFINIZIONE V.

137. Una ragione geometrica si dice *Semplice*, s'è il paragone di due sole grandezze. Si dice poi *Composta*, se la sua quantità è il prodotto delle quantità di più ragioni semplici.

COROLLARIO I.

138. Sieno più ragioni semplici di A : B, di C: D, di E: F; le di loro quantità saranno $\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$, $\frac{E}{F}$. Sicchè la ragione, che ha per quantità $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} \times \frac{E}{F}$, si dice composta dalle ragioni di A : B, di C: D, di E: F. Ma $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} \times \frac{E}{F} = \frac{A \times C \times E}{B \times D \times F}$, cioè uguale alla quantità della ragione di $A \times C \times E : B \times D \times F$. Dunque se si hanno più ragioni semplici di A : B, di C : D, di E : F, la ragione del prodotto de' di loro antecedenti al prodotto de' di loro conseguenti è composta da sì fatte ragioni semplici.

CO.

COROLLARIO II.

139. Contraffegnino A , B, C, D, E, ec. più grandezze omogenee. Perchè della ragione di A : E non si cambia la quantità moltiplicando sì l' antecedente, che 'l conseguente per B×C×D; perciò la ragione di A : E sarà uguale alla ragione di A×B×C×D : B×C×D×E. Ma questa uguaglia la composta dalle ragioni di A : B, di B : C, di C, D, di D : E (§ *prec.*). Dunque la ragione di A : E uguaglia anche la composta dalle ragioni di A : B, di B : C, di C : D, di D : E. Sicchè, se si hanno più grandezze omogenee, la ragione della prima all' ultima è uguale alla composta dalle ragioni della prima alla seconda, della seconda alla terza, della terza alla quarta, ec..

DEFINIZIONE VI.

140. Si dice d' ogni ragione geometrica *Reciproca* quella, che ha il conseguente all' antecedente.

Così della ragione di A : B, *si dice reciproca la ragione di* B : A.

DE-

DEFINIZIONE VII.

141. Se si considera la ragine di A : B relativamente a quella di C : D ; si dirà la ragione di A : B *Diretta* della ragione di C : D, se la ragione di A : B sarà uguale alla ragione di C : D ; si dirà poi la ragione di A : B *Reciproca* della ragione di C : D, se la ragione di A : B sarà uguale alla ragione di D : C.

COROLLARIO I.

142. Essendo il quoziente, che nasce, dividendo D per C uguale a quello, che si ha', dividendo $\frac{1}{C}$ per $\frac{1}{D}$. Dunque la reciproca della ragione di C : D, o sia la ragione di D : C è uguale alla ragione di $\frac{1}{C} : \frac{1}{D}$ (§ 135).

COROLLARIO II.

143. Quindi se la ragione di P : Q sarà composta dalla diretta della ragione di A, B, e dalla reciproca della ragione di C : D, sarà la ragione di P : Q composta dal-

dalle ragioni di A : B, e di $\frac{1}{C} : \frac{1}{D}$, e conseguentemente uguale alla ragione di $A \times \frac{1}{C} : B \times \frac{1}{D}$ (§ 138), o di $\frac{A}{C} : \frac{B}{D}$.

AVVERTIMENTO.

144. Si conosce la ragione di A : B essere diretta di quella di C : D dalle di loro quantità, che debbono essere uguali; e conseguentemente dall' osservare che secondochè A è maggiore, uguale, o minore di B, così C deve essere pure maggiore, uguale, o minore di D. Si conosce altresì essere la ragione di A : B reciproca di quella di C : D dalle quantità delle ragioni di A : B, e di D : C, che debbono essere anche uguali; e conseguentemente dall' osservare che secondochè A è maggiore, uguale, o minore di B, così D deve essere anche maggiore, uguale, o minore di C, o al contrario C deve essere minore, uguale, o maggiore di D. Così la ragione della quantità di fabbrica fatta in un giorno da un numero d' uomini alla quantità di fabbrica fatta da un' altro numero d'uomini anche in un giorno è diretta di quella degli uomini primi agli uomini secondi; perchè secondochè il numero degli uomini

primi è maggiore, uguale, o minore del numero degli uomini secondi; così la quantità della prima fabbrica deve essere maggiore, uguale, o minore della quantità della fabbrica seconda. La ragione poi del tempo impiegato da un numero d' uomini in fare una quantità di fabbrica al tempo impiegato da un'altro numero d'uomini in fare l' istessa fabbrica è reciproca di quella degli numeri degli uomini; poichè a proporzione che il numero degli uomini primi è maggiore, uguale, o minore del numero degli altri; così il tempo impiegato dagli primi deve essere minore, uguale, o maggiore di quello, che gli altri vi hanno impiegato.

DEFINIZIONE VIII.

145. Si dice *Proporzione* l' uguaglianza di due ragioni. La proporzione poi si dice *Geometrica*, se le ragioni sono geometriche, e *Aritmetica*, se le ragioni sono Aritmetiche.

AVVERTIMENTO.

146. Si noti che in ogni proporzione tra le due ragioni uguali metteremo sempre il segno =. Sicchè si scriverà sempre ogni proporzione a questo modo A : B = C : D; e si profferirà dicendo A sta a B, come C a D.

DE.

DEFINIZIONE IX.

147. La proporzione si dice *Discreta*, se viene composta da quattro grandezze tutte diverse; si dice poi *Continua*, se viene composta da tre, e quella di mezzo è conseguente della prima ragione, e antecedente dell' altra.

Così A : B = C : D *è proporzione discreta, e continua* A : B = B : C.

DEFINIZIONE X.

148. Le grandezze, che formano la proporzione, si dicono *Termini proporzionali*; e quello di mezzo nella proporzione continua si chiama *Mezzo proporzionale*.

AVVERTIMENTO.

149. Si noti che col vocabolo proporzione intenderemo sempre appresso esprimere la proporzione geometrica; perchè della geometrica solamente avremo bisogno nell' uso del calcolo, che insegneremo. E perciò di sì fatta proporzione soggiugneremo qui quanto al nostro proposito farà mestieri.

LEMMA.

150. *In ogni proporzione il prodotto de' termini estremi è uguale al prodotto de' termini di mezzo.*

DIMOSTRAZIONE.

Esprima A : B = C : D qualunque proporzione. Saranno le quantità delle due ragioni $\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$ tra loro uguali; onde, riducendole all' istesso denominatore, uguali saranno anche i rotti $\frac{A \times D}{B \times D}$, $\frac{B \times C}{B \times D}$ (§ 61). Sicchè $A \times D$, ch' è il prodotto degli estremi, è uguale a $B \times C$, ch' è il prodotto de' termini di mezzo. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

COROLLARIO.

151. Se la proporzione sarà continua, il prodotto de' termini di mezzo sarà il quadrato del mezzo proporzionale. Sicchè nella proporzione continua il prodotto de' termini estremi è uguale al quadrato del mezzo proporzionale.

PRO-

PROBL. XXXII.

152. *Dati tre termini della proporzione discreta, trovare il quarto proporzionale.*

SOLUZIONE.

Il secondo si moltiplichi pel terzo, e 'l prodotto si divida pel primo. Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato.

ESEMPJ.

I. Sieno 24, 72, 94 i tre termini dati; sarà il quarto $\frac{72 \times 94}{24} = 282$. Onde $24 : 72 = 94 : 282$. II. Sieno $12\frac{1}{2}$, $20\frac{2}{3}$, $14\frac{1}{3}$ i tre termini dati; sarà il quarto $\frac{20\frac{2}{3} \times 14\frac{1}{3}}{12\frac{1}{2}} = 23\frac{157}{225}$; onde $12\frac{1}{2} : 20\frac{2}{3} = 14\frac{1}{3} : 23\frac{157}{225}$.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè il prodotto del termine secondo pel terzo è uguale al prodotto del termine primo per l'ultimo (§ 150). Sicchè, dividendo sì fatto prodotto pel termine primo, il quoziente sarà il quarto. Ch' è

 ciò

ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. XXXIII.

153. *Dati due termini della proporzione continua, trovare il terzo termine proporzionale.*

SOLUZIONE.

Si divida pel termine primo il quadrato del secondo. Il quoziente sarà il terzo termine proporzionale cercato.

Si dimostra questa regola, come la precedente.

ESEMPJ.

I. Sieno 4, e *6* i due termini dati; sarà il terzo $\frac{36}{4} = 9$; onde $4 : 6 = 6 : 9$.

II. Sieno $8\frac{2}{3}$, e $11\frac{1}{2}$ i due termini dati; sarà il terzo $= 15\frac{27}{104}$; onde $8\frac{2}{3} : 11\frac{1}{2} = 11\frac{1}{2} : 15\frac{27}{104}$.

PROBL. XXXIV.

154. *Dati i termini estremi della proporzione continua, trovare il mezzo proporzionale.*

So-

SOLUZIONE.

Si moltiplichino insieme i termini dati; e dal prodotto s' estragga la radice quadrata. Sarà sì fatta radice il mezzo proporzionale cercato.

ESEMPJ.

I. Sieno dati 4, e 9; il mezzo proporzionale sarà 6; onde 4: 6=6: 9. II. Sieno dati 9, e 21; il mezzo proporzionale sarà 13. 7 circa.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè nella proporzione continua il prodotto de' termini estremi è uguale al quadrato del mezzo proporzionale (§ 151). Dunque la radice quadrata di sì fatto prodotto è il mezzo proporzionale cercato. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

CAP. VIII.

Del Calcolo aritmetico applicato alla soluzione de' Problemi.

PROBL. GENERALE.

155. *Dato un probl., risolverlo coll' ajuto dell' aritmetica.*

SOLUZIONE.

1. Si formi un' idea chiara del probl. proposto, distinguendo le grandezze date da quelle, che si cercano.

2. Si notino i numeri contrassegnanti le grandezze date separatamente, mettendo quelli, che contrassegnano grandezze dell' istessa spezie in corrispondenza tra di loro, e tralasciando quelli, che non possono variare il calcolo.

3. Si esamini la ragione, che passa tra la grandezza cercata, e la sua omogenea, se è semplice, o composta, diretta, o reciproca della ragione delle altre grandezze omogenee, espresse da' numeri notati.

4. Da sì fatto esame si ricavino le proporzioni, che ricavar si possono; facendo sì che i numeri, che si debbono trova-

re,

re, sieno di tali proporzioni i quarti proporzionali.

5. Finalmente si trovino tali quarti proporzionali; e così s'avranno i valori delle grandezze cercate.

AVVERTIMENTO.

156. A 7 classi ridurremo i probl., che qui insegneremo di sciorre. La prima sarà di quelli, che si sciolgono con una proporzione, ove le ragioni sono semplici, e dirette. La seconda sarà di quelli, che si sciolgono con una proporzione, in cui le ragioni sono semplici, ma una reciproca dell' altra. La terza sarà di quelli, che si sciolgono con una proporzione, in cui ha luogo la ragione composta diretta. La quarta sarà di quei, che si sciolgono con una proporzione, nella quale ha luogo la ragione composta dalla diretta, e dalla reciproca. La quinta conterrà quelli, che si sciolgono con dividere un numero dato nella ragione, che ha la somma di più altri dati a ciascuno di essi, o nella ragione, che ha la somma de' prodotti d' altri numeri dati a ciascuno di tali prodotti. La sesta sarà di quei, che si sciolgono con dividere un numero dato in due, o più parti, che abbiano tra di loro certe date ragioni. L'ultima finalmente comprenderà quelli, che si sciolgono con dividere l' unità in due, o più

parti, che sieno tra di loro nella ragione d'alcune differenze, che si ricavano da numeri dati.

CLASSE I.

PROBL. XXXV.

157. *Per fare le monture a 13 soldati si sono spesi ducati 97 $\frac{1}{2}$. Si cerca la spesa, che vi vorrà, per fare le simili monture a soldati 153.*

SOLUZIONE.

Il numero delle prime monture - - 13
Il numero delle seconde monture - - 153
La spesa per le prime - - - - duc. $97\frac{1}{2}$
La spesa per le seconde si cerca.

Trattandosi di monture simili, la spesa deve crescere a proporzione, che cresce il loro numero. Onde la ragione delle spese è diretta di quella de' numeri delle monture. E perciò sarà

$$13 : 153 = 97\tfrac{1}{2} \text{ alla spesa cercata.}$$

Sicchè la spesa cercata sarà $\frac{153 \times 97\frac{1}{2}}{13}$ = duc. $1147\frac{1}{2}$.

PRO-

PROBL. XXXVI.

158. *Per poter fare 30 rotola di polvere vi vogliono rotola 22 $\frac{1}{2}$ di salnitro. Si cerca quanto salnitro vi vorrà per fare una quantità di polvere di cantara 7, e rotola 80.*

SOLUZIONE.

Quantità di polvere I - - - - - - - $30^{rot.}$
Quantità di polvere II - - - - - 780
Quantità di salnitro I - - - - - - $22\frac{1}{2}$
Quantità di salnitro II si cerca.

Dovendo crescere la quantità di salnitro a proporzione, che cresce la quantità di polvere; sarà la ragione delle quantità del salnitro diretta della ragione delle quantità della polvere. Perciò

$30 : 780 = 22\frac{1}{2}$ alla quantità cercata di salnitro.

Onde la quantità cercata di salnitro sarà

$$\frac{780 \times 22\frac{1}{2}}{30} = 585^{rot.} = 5^{cant.} \cdot 85^{rot.}$$

CLASSE II.

PROBL. XXXVII.

159. *Per poter cavare un fosso intorno un' opera di fortificazione vi bisognano per 3 mesi 80 uomini; si cerca quanti uomini vi bisogneranno per poterlo cavare in 15 giorni.*

SOLUZIONE.

Il tempo I . . . . 90 gior.
Il tempo II 15
Gli uomini I 80
Gli uomini II si cercano.

In fare l' istesso lavoro quant' è minore il tempo da impiegarvi, tanto maggiore deve essere il numero degli uomini in farlo. Sicchè la ragione degli uomini è reciproca di quella de' tempi; e perciò sarà (§ 141)
15 : 90 = 80 agli uomini cercati.
Sicchè gli uomini cercati debbono essere $\frac{90 \times 80}{15} = 480$.

PRO.

PROBL. XXXVIII.

160. *Il palmo napoletano costa di* 1169 *parti, di cui il piede regio parigino ne contiene* 1440. *Si cerca quanti palmi napoletani deve essere una lunghezza di* 532 *piedi parigini.*

Soluzione.

Essendo il palmo napoletano minore del piede parigino, l' istessa lunghezza conterrà più volte quello, che questo; e 'l numero delle volte, che conterrà quello, sarà al numero delle volte, che conterrà questo, come la grandezza di questo alla grandezza di quello. Sicchè sarà

1169 : 1440 = 532 al numero cercato, E perciò la lunghezza di 532 piedi parigini è palmi napoletani $\frac{1440 \times 532}{1169} = 655 \frac{385}{1169}$.

CLASSE III.

PROBL. XXXIX.

161. *Con* 7 *mortari si sono buttate in una piazza assediata in* 3 *ore* 84 *bombe; si cerca*

in 4 ore con 18 mortari quante bombe nell' istessa piazza si potranno buttare.

SOLUZIONE.

Il numero de' p.[i] mortari - - - - - 7
Il numero de' 2.[i] mortari - - - - - 18
Il tempo I - - - - - - - - - - - - $3^{or.}$
Il tempo II - - - - - - - - - - - - $4^{or.}$
Il numero delle bombe prime - - - - 84
Il numero delle bombe seconde si cerca.

Si suppongano tre numeri di bombe, quello delle buttate dagli 7 mortari in 3 ore, quello, che butterebbero i mortari 18 anche in 3 ore, e quello, che butteranno i mortari 18 in 4 ore. Sarà il primo di sì fatti numeri all' ultimo in ragione composta dalla ragione del primo al secondo, e dalla ragione del secondo al terzo (§ 139). Ma la ragione del primo al secondo è diretta di quella de' numeri de' mortari, e la ragione del secondo al terzo è diretta di quella de' tempi. Dunque la ragione del numero delle bombe buttate al numero, che si cerca, è composta dalla diretta della ragione de' mortari 7, e 18, e dalla diretta della ragione de' tempi 3, e 4. E perciò sarà (§ 138)

$7 \times 3 : 18 \times 4 = 84$ al numero cercato. Sicchè il numero cercato di bombe sarà $\frac{18 \times 4 \times 84}{7 \times 3} = 288$.

PRO-

PROBL. XL.

162. *Per fare l' ottava parte d' una fortificazione vi hanno lavorati 50 uomini per 3 mesi; si cerca, lavorandovi 90 uomini per 10 mesi, quant' altra parte si farà, e quanta ne resterà da fare.*

Soluzione.

Gli uomini primi - - - - - - - - - - - 50
Gli uomini secondi - - - - - - - - - - 90
Il tempo primo - - - - - - - - - - - 3
Il tempo secondo - - - - - - - - - - - 10
Quantità di lavoro primo - - - - - - $\frac{1}{8}$
Quantità di lavoro secondo si cerca.

Ragionando come nel probl. prec. sarà la quantità del lavoro primo alla quantità del lavoro cercato in ragione composta dalla diretta degli uomini, e dalla diretta de' tempi. Perciò sarà (§ 138)

$50 \times 3 : 90 \times 10 = \frac{1}{8}$ al lavoro cercato. Sicchè la parte della fortificazione, che si farà dagli 90 uomini in 10 mesi sarà

$$\frac{90 \times 10}{50 \times 3 \times 8} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

; e conseguentemente la parte, che resterà da fare, sarà $\frac{1}{8}$.

CLAS-

CLASSE IV.

PROBL. XLI.

163. Con 5 cannoni si sono fatti in 3 ore 60 tiri; si cerca in quanto tempo si potranno fare 200 tiri con cannoni 9.

SOLUZIONE.

Il numero de' cannoni primi - - - - 5
Il numero de' cannoni secondi - - - - 9
Il numero de' primi tiri - - - - - - - - 60
Il numero de' secondi tiri - - - - - - - 200
Il tempo primo - - - - - - - - - - - 3
Il tempo secondo si cerca.

Si concepiscano tre tempi, il tempo primo, in cui i 5 cannoni fanno 60 tiri, il tempo, in cui i 5 cannoni farebbero 200 tiri, e'l tempo cercato. Sarà la ragione del primo di questi tre tempi all' ultimo composta dalla ragione del primo al secondo, e del secondo al terzo (§ 139). Ma la prima di queste ragioni componenti è diretta di quella de' numeri de' tiri 60, e 200, e la seconda è reciproca di quella de' numeri de' cannoni 5, e 9. Dunque sarà (§ 143) $\frac{60}{5} : \frac{200}{9} = 3$ al tempo cercato.

Sic.

Sicchè il tempo cercato è $\frac{200 \times 5 \times 3}{60 \times 9}$ = $5^{or.}$. 33^{1} .

PROBL. XLII.

164. *Si sono cavati* 1000 *palmi di terra da* 50 *uomini in* 8 *giorni; si cerca quanti uomini vi bisogneranno per cavarne altri palmi* 1500 *in* 15 *giorni*.

SOLUZIONE.

I palmi primi di terra cavati - - 1000
I palmi secondi di terra da cavare - - - 1500
Il tempo I - - - - - - - - - - - - 8
Il tempo II - - - - - - - - - - - - 15
Gli uomini I - - - - - - - - - - - 50
Gli uomini II si cercano.

Se si argomenterà come nel probl. prec., si conoscerà che la ragione del numero degli uomini primi al numero degli uomini cercati è diretta di quella delle quantità di terra, e reciproca di quella de' tempi. Perciò sarà (§ 143)

$\frac{1000}{8} . \frac{1500}{15} = 50$ a gli uomini cercati.

Sicchè gli uomini cercati sono $\frac{1500 \times 50 \times 8}{1000 \times 15}$ = 40.

CLAS.

CLASSE V.

PROBL. XLIII.

165. *Tre giuocatori* A, B, C *fanno insieme un banco nel giuoco di* 1350 *ducati, con mettere* A *duc.* 300, B *duc.* 420, *e* C *duc.* 630. *Terminato il giuoco, si trova il detto banco avere guadagnata la somma di* 270 *duc.. Si cerca quanto guadagno spetta a ciascuno de' giuocatori* A, B, C.

SOLUZIONE.

Essendo la ragione de' guadagni diretta di quella delle somme poste al giuoco; sarà la somma 1350 alla somma posta da ciascuno, come il guadagno intero 270 al guadagno, che spetta a ciascuno. Onde saranno

1350 : 300 = 270 al guadagno di A
1350 : 420 = 270 al guadagno di B
1350 : 630 = 270 al guadagno di C.

Per la qual cosa saranno i guadagni di

$$A = \frac{300 \times 270}{1350} = 60.$$

$$B = \frac{420 \times 270}{1350} = 84$$

$$C = \frac{630 \times 270}{1350} = 126.$$

PRO-

PROBL. XLIV.

166. *Tre giuocatori* A, B, C *fanno insieme nel giuoco un banco di ducati* 1300, *con mettere* A *duc.* 300, B *duc.* 430, *e* C *duc.* 570. *Terminata la prima ora del giuoco*, A *si ritira la sua porzione*, B *se la ritira, terminata l' ora terza, e* C *finalmente si alza dal giuoco, terminata l' ora quinta. Si cerca, essendo stata per tutte le cinque ore sempre l' istessa la fortuna del giuoco, ed essendosi in tutt' il giuoco perduta la somma di duc.*400, *quant' è la perdita di ciascuno de' tre giuocatori* A, B, C.

SOLUZIONE.

Essendo le perdite, qualora sono diverse le quantità poste, e diversi i tempi, in ragione composta dalla diretta di quella delle quantità poste, e dalla diretta di quella de' tempi: non si deve in questo caso distribuire l' intera perdita nella ragione della somma delle quantità poste alla quantità posta da ciascuno, ma nella ragione, che ha la somma de' prodotti delle quantità poste, moltiplicate per gli rispettivi tempi, a ciascuno di sì fatti prodotti. Sicchè, essendo

$$\begin{array}{lcl} 300 \times 1 & = & 300 \\ 430 \times 3 & = & 1290 \\ 570 \times 5 & = & 2850 \\ \hline \textit{Somma} & = & 4440, \end{array}$$

s'avran-

s'avranno

4440 : 300 = 400 alla perdita di A
4440 : 1290 = 400 alla perdita di B
4440 : 2850 = 400 alla perdita di C.

Per la qual cosa saranno le perdite

$$\text{di A} = \frac{300 \times 400}{4440} = 27^{\text{duc.}} .\ 28^{\text{gr.}} .\ 8^{\text{cav.}}$$

$$\text{di B} = \frac{1290 \times 400}{4440} = 116 .\ 21 .\ 7$$

$$\text{di C} = \frac{2850 \times 400}{4440} = 256 .\ 75 .\ 8.$$

CLASSE VI.

PROBL. XLV.

167. *Tre cannoni* A, B, C *hanno fatto in un giorno insieme* 90 *tiri; però* B *ne ha fatto due volte tanto, quanto* A, *e* C *tre volte tanto, quanto* B. *Si cerca qual'è il numero de' tiri fatti da ciascuno.*

SOLUZIONE.

Contrassegnando con 1 il numero de' tiri di A, contrassegneranno 2 il numero de' tiri

ri di B, e 3×2, ovvero 6 il numero de' tiri di C. Ma $1+2+6=9$. Sicchè di tutt' i 90 tiri ne hanno fatto A $\frac{1}{9}$, B $\frac{2}{9}$, e C $\frac{6}{9}$. E perciò sono i tiri fatti

da A $= \frac{90}{9} = 10$
da B $= \frac{180}{9} = 20$
da C $= \frac{540}{9} = 60$.

P R O B L. XLVI.

168. *Si debbono in due mesi cavare 100 canne di terra; però nel primo mese se ne debbono cavare tante, che sieno il triplo di quante se ne dovranno cavare nel secondo mese, e canne 6 di più. Si cerca quante canne se ne dovranno cavare nel primo mese, e quante nel secondo.*

S O L U Z I O N E.

Essendo il numero delle canne di terra da cavare il primo mese il triplo di quello, che se ne debbono cavare nel secondo mese, e 6 di più; se le 6 di più si toglieranno da tutte le canne 100, il residuo 94 conterrà il numero delle canne da cavare nel secondo mese, e 'l triplo dell' istesso numero. Sicchè dividendo 94 per $1+3$, ovvero per 4, il quoziente $23\frac{1}{2}$ darà le canne da cavare nel secondo mese; e perciò le canne da cavare nel primo mese saranno $23\frac{1}{2}\times3 +6=76\frac{1}{2}$.

CLAS-

CLASSE VII.

PROBL. XLVII.

169. *Si vuole formare un cannone di bronzo con rame, e stagno. Vale ogni cantaro di rame purificato ducati 87, e di stagno purificato duc. 67. Si cerca quanto di rame purificato, e quanto di stagno anche purificato si deve mettere per ogni cantaro, acciò sia il cannone del valore di duc. 85 a cantaro.*

SOLUZIONE.

Prezzo d'un cantaro di rame purificato 87

Prezzo d'un cantaro del bronzo cercato 85

Prezzo d'un cantaro dello stagno purificato . . . . 67.

Se la differenza del prezzo 67 dal prezzo 85 uguagliasse la differenza del prezzo 85 dal prezzo 87, si dovrebbe allora prendere per ogni cantaro $\frac{1}{2}$ cantaro di rame, e $\frac{1}{2}$ cantaro di stagno; perchè il prezzo di $\frac{1}{2}$ cantaro di rame di tanto eccederebbe il

il prezzo di $\frac{1}{2}$ cantaro del bronzo cercato, di quanto il prezzo dell' altro mezzo cantaro dell' istesso bronzo eccederebbe il prezzo di $\frac{1}{2}$ cantaro di stagno. Onde un mezzo cantaro di rame, e un mezzo cantaro di stagno formerebbero un cantaro di bronzo del prezzo, che si cerca. Ma, non essendo le dette differenze uguali tra di loro, dee la porzione del rame essere maggiore, o minore della porzione dello stagno per ogni cantaro, secondocchè la differenza de' prezzi del rame e del bronzo è minore, o maggiore della differenza de' prezzi del bronzo, e dello stagno. Si tratta adunque qui di dividere l' unità in ragione reciproca delle dette differenze. Per la qual cosa, essendo 18 la differenza del 67 da 85, e 2 la differenza dell' 85 dall' 87; sarà la porzione di rame per ogni cantaro alla porzione di stagno, come 18 : 2, o come 9 : 1; e perciò se s'intenderà un cantaro diviso in 10 parti, 9 di tali parti si dovranno prendere di rame, e una di stagno. Sicchè per ogni cantaro si debbono prendere $\frac{9}{10}$ di rame, e $\frac{1}{10}$ di stagno.

COROLLARIO.

170. Quindi si ricava la seguente regola, che si dice *Regola dell' Allegazione*, o delle *Misture*, della quale si potrà fare uso in tutti

ti gli altri ſimili caſi . La regola è la ſeguente .

I. *Si notino i due prezzi* 87 , *e* 67 , *l'uno ſotto l'altro , come qui ſotto fatto ſi vede , e a ſiniſtra d'eſſi ſi noti il prezzo* 85 . II. *Si trovi il* 18 , *differenza del* 67 *dall'* 85 , *e ſi noti a deſtra dell'* 87 ; *ſimilmente ſi trovi il* 2 , *differenza dell'* 85 *dall'* 87 , *e ſi noti a deſtra del* 67 . III. *Sotto le differenze trovate ſi noti la loro ſomma* . IV. *Si facciano i rotti* $\frac{18}{20}$, $\frac{2}{20}$, *che abbiano per numeratori le differenze notate , e per denominatore comune la ſomma delle medeſime differenze . Il primo di sì fatti rotti* $\frac{18}{20}$, *ovvero* $\frac{9}{10}$ *darà la quantità del rame per ogni cantaro , e l'altro* $\frac{2}{20}$, *ovvero* $\frac{1}{10}$ *darà la quantità dello ſtagno* .

Prezzi		
	87	18
85		
	67	2

Som. delle diff. = 20 .

Dunque per ogni cantaro ſi debbono prendere di rame $\frac{18}{20}$, ovvero $\frac{9}{10}$, e di ſtagno $\frac{2}{20}$, ovvero $\frac{1}{10}$.

AVVERTIMENTO.

171. Non soggiugniamo altri probl., essendo gli addotti sufficientissimi per mettere un militare in istato da poter isciorre tutti gli altri, che pel bisogno della sua professione possono occorrere; li quali apparterranno sempre o a una delle suddette classi, o a più di esse insieme.

IL FINE.